Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
Prof. Helga Baum, Dr. L. Fehlinger

2. Test zur VL Elementargeometrie SS 2016
Absolute Geometrie
Montag 20. Juni, Mittwoch 22. Juni 2016

Montag A

Aufgabe 1 (2 Punkte)
Es sei $\triangle ABC$ ein Dreieck in einer Euklidischen Ebene. Definieren Sie den Umkreis von $\triangle ABC$. Was wissen Sie über den Mittelpunkt des Umkreises ?

Aufgabe 2 (6 Punkte)
$(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ sei eine Euklidische Ebene.

- Formulieren Sie das V. Postulat von Euklid.
- Gilt das V. Postulat von Euklid in der Euklidischen Ebene? Beweisen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Es sei $\triangle ABC$ ein Dreieck in einer Euklidischen Ebene, C' der Mittelpunkt von $\overline{AB}$ und A' der Mittelpunkt von $\overline{BC}$.
Zeigen Sie: Gilt $|\overline{CC'}| = |\overline{AA'}|$, so gilt auch $|\overline{AB}| = |\overline{BC}|$.

Montag B

Aufgabe 1 (2 Punkte)
Es sei $\triangle ABC$ ein Dreieck in einer Euklidischen Ebene. Definieren Sie den Inkreis des Dreiecks $\triangle ABC$. Was wissen Sie über den Mittelpunkt des Inkreises?

Aufgabe 2 (6 Punkte)
Es sei $(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ eine absolute ebene Geometrie.

- Formulieren Sie das V. Postulat von Euklid.
- Zeigen Sie: Gilt das V. Postulat von Euklid, so ist $(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ eine Euklidische Ebene.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Es sei $\triangle ABC$ ein Dreieck in einer Euklidischen Ebene und K sein Umkreis. M sei der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten des Dreiecks, E der von A verschiedene Schnittpunkt der Geraden AM mit K und H_a der Fußpunkt der Höhe des Dreiecks auf der Seite $\overline{BC}$.
Zeigen Sie, dass gilt:

$$\frac{|\overline{AB}|}{|\overline{AE}|} = \frac{|\overline{AH_a}|}{|\overline{AC}|}.$$

Mittwoch A

Aufgabe 1 (2 Punkte)
Es sei g eine Gerade und P ein Punkt in einer Euklidischen Ebene. Definieren Sie das Lot auf g durch P und zeigen Sie, dass es eindeutig bestimmt ist.

Aufgabe 2 (6 Punkte)
Es sei $(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ eine absolute ebene Geometrie.

a) Was besagt das Euklidische Parallelenaxiom?
b) Zeigen Sie: Sind die Stufenwinkel an geschnittenen Parallelen kongruent, so ist $(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ eine Euklidische Ebene.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Es sei $\square ABCD$ ein Sehnenviereick in einer Euklidischen Ebene, d.h. ein Viereck, dessen Seiten $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ und $\overline{DA}$ Sehnen eines Kreises K sind.
Zeigen Sie, dass für die Innenwinkel an den gegenüberliegenden Eckpunkten des Vierecks gilt:

$$|\measuredangle A| + |\measuredangle C| = |\measuredangle B| + |\measuredangle D|.$$

Mittwoch B

Aufgabe 1 (2 Punkte)
Es sei g eine Gerade und P ein Punkt in einer Euklidischen Ebene. Definieren Sie das Lot auf g durch P und zeigen Sie, dass es eindeutig bestimmt ist.

Aufgabe 2 (6 Punkte)
Es sei $(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ eine Euklidische Ebene.

a) Definieren Sie die Stufenwinkel an geschnittenen Geraden.
b) Zeigen Sie, dass die Stufenwinkel an geschnittenen Parallelen kongruent sind.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Es sei $\square ABCD$ ein Tangentenviereck in einer Euklidischen Ebene, d.h. ein Viereck, dessen Seiten $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ und $\overline{DA}$ einen Kreises K in jeweils genau einem Punkt berühren.
Zeigen Sie, dass für die gegenüberliegenden Seiten des Vierecks gilt:

$$|\overline{AB}| + |\overline{CD}| = |\overline{BC}| + |\overline{AD}|.$$