Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 4

Vorlesung Elementargeometrie, SS 2014

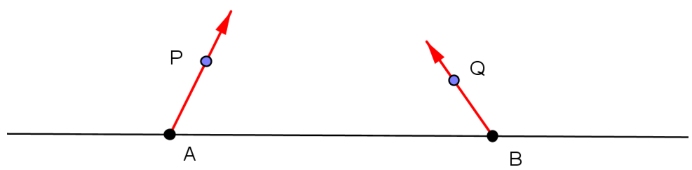
Abgabe am 18.05.2014

Aufgabe 10 (*Das V. Postulat von Euklid*)

Zeigen Sie, dass in einer Euklidischen Ebene $(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ das folgende gilt:
Sind P und Q zwei Punkte auf der gleichen Seite einer Geraden AB und gilt

$$|\measuredangle BAP| + |\measuredangle ABQ| < \pi,$$

dann schneiden sich die Strahlen $\underrightarrow{AP}$ und $\underrightarrow{BQ}$.

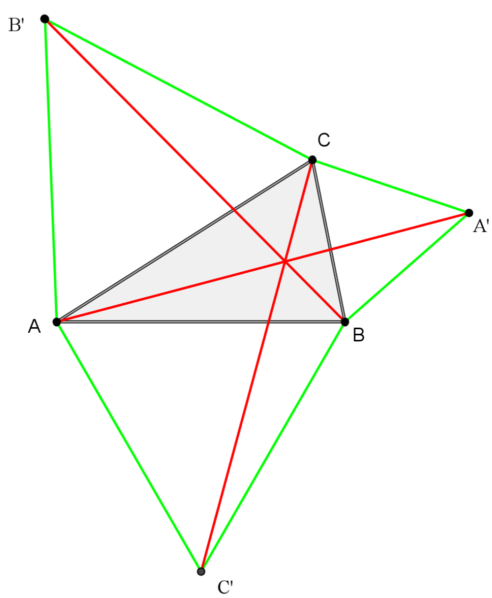


Bemerkung: Diese Eigenschaft nennt man auch das V. Postulat von Euklid. Es ist in absoluten ebenen Geometrien sogar äquivalent zum Euklidischen Parallelenaxiom $\mathcal{E}6$ (dies werden wir uns in den Übungen überlegen).

6 P

Aufgabe 11 (*gleichseitige Dreiecke über Dreieck*)

Es sei $(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ eine Euklidische Ebene.



Wir betrachten ein Dreieck $\triangle ABC$. Über jeder Seite des Dreiecks $\triangle ABC$ sei ein gleichseitiges Dreieck gegeben, dessen zusätzliche Ecke auf der anderen Seite der Dreiecksseite liegt als der der Seite gegenüberliegende Eckpunkt von $\triangle ABC$. Die neuen Eckpunkte nennen wir A', B' und C' (siehe Skizze).

Beweisen Sie, dass die Strecken $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ und $\overline{CC'}$ gleich lang sind.

6 P

Aufgabe 12* (**freiwillige Zusatzaufgabe**)

Es sei $(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ eine absolute ebene Geometrie. Zeigen Sie:

a) Ist die Innenwinkelsumme für jedes Dreieck in $\mathcal{E}$ gleich π, so gilt das Euklidische Parallelenaxiom.

b) Existiert *ein* Dreieck in $\mathcal{E}$ mit der Innenwinkelsumme π, so ist die Innenwinkelsumme für *jedes* Dreieck in $\mathcal{E}$ gleich π.

D.h. findet man in einer absoluten ebenen Geometrie ein einziges Dreieck mit der Innenwinkelsumme π, so gilt das Euklidische Parallelenaxiom. **8*+8* P**

Insgesamt: **12 + 16* P**