Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 5

Vorlesung Elementargeometrie, SS 2016

Abgabe am 23.05.2016

Aufgabe 13 *Abstandslinien in der Euklidischen Ebene*

Es sei $(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ eine absolute ebene Geometrie. Sei P ein Punkt und g eine Gerade. Wir definieren den *Abstand* $d(P,g)$ *von* P *zu* g durch

$$d(P,g) := \inf\{d(P,Q) \mid Q \in g\}.$$

a) Begründen Sie, dass das Infimum der Menge $\{d(P,Q) \mid Q \in g\}$ existiert und ein Minimum ist. In welchem Punkt von g wird dieses Minimum angenommen? Ist dieser Punkt eindeutig bestimmt?

b) Sei $\mathcal{H}$ eine Seite von g und r eine positive reelle Zahl. Die Menge

$$g_r := \{P \in \mathcal{H} \mid d(P,g) = r\}$$

heißt *Abstandslinie zu* g *(mit Abstand* r*)*.
Zeigen Sie: Ist $(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ eine Euklidische Ebene, so ist jede Abstandslinie g_r eine zu g parallele Gerade.
Bemerkung: In hyperbolischen Geometrien gilt diese Eigenschaft nicht mehr.

8 P

Aufgabe 14 *Umkehrung der Strahlensätze*

Sei $(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ eine Euklidische Ebene. Wir betrachten zwei verschiedene sich in einem Punkt S schneidende Geraden g_1 und g_2. Seien $A_1, A_2 \in g_1$ und $B_1, B_2 \in g_2$ von S verschiedene Punkte und gelte entweder $A_2 \in \overrightarrow{SA_1}$ und $B_2 \in \overrightarrow{SB_1}$ oder $A_1 - S - A_2$ und $B_1 - S - B_2$.

a) Zeigen Sie die *Umkehrung des 1. Strahlensatzes*:
Gilt $\frac{|\overline{SA_1}|}{|\overline{SA_2}|} = \frac{|\overline{SB_1}|}{|\overline{SB_2}|}$, so sind die Geraden A_1B_1 und A_2B_2 parallel.

b) Gilt auch die *Umkehrung des 2. Strahlensatzes*?
D.h. folgt aus $\frac{|\overline{SA_1}|}{|\overline{SA_2}|} = \frac{|\overline{A_1B_1}|}{|\overline{A_2B_2}|}$, dass A_1B_1 und A_2B_2 parallel sind?

8 P

Insgesamt: **16 P**