Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 9

Vorlesung Elementargeometrie, SS 2016

Abgabe am 20.06.2016

Aufgabe 24

Sei $\square ABCD$ ein konvexes Viereck in einer *Euklidischen* Ebene mit den Seitenlängen a, b, c, d, bezeichne $\mathcal{V}ABCD := \square ABCD \cup Int\, \square ABCD$ die Vierecksfläche, und $s := \frac{1}{2}(a+b+c+d)$ den halben Umfang.
Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt von $\mathcal{V}ABCD$ gilt:

$$\mu(\mathcal{V}ABCD) \leq \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)},$$

wobei die Gleichheit genau dann auftritt, wenn $\square ABCD$ ein Sehnenviereck ist.
Hinweis: Sie können Ihre Kenntnisse über konvexe Vierecke und Sehnenvierecke aus der VL "Didaktik der Geometrie" benutzen.

6 P

Aufgabe 25 *Isoperimetrische Ungleichung für konvexe Vierecke*:

Sei $\square ABCD$ ein konvexes Viereck in einer *Euklidischen* Ebene mit den Seitenlängen a, b, c, d und bezeichne $U(\square ABCD) := a+b+c+d$ den Umfang von $\square ABCD$.
Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt von $\mathcal{V}ABCD$ gilt:

$$\mu(\mathcal{V}ABCD) \leq \frac{1}{16} \cdot U(\square ABCD)^2,$$

wobei Gleichheit genau dann gilt, wenn $\square ABCD$ ein Quadrat ist.

(D.h. unter allen konvexen Vierecken mit vorgegebenem Umfang U ist das Quadrat dasjenige mit den größten Flächeninhalt).

6 P

Aufgabe 26

(1) Sei $(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ eine *absolute* Ebene. Zeigen Sie:

a) Zwei Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind genau dann kongruent in Sinne von Kapitel I der Vorlesung, wenn sie kongruent im Sinne von Kapitel III der Vorlesung sind.

b) Zwei Winkel $\measuredangle ASB$ und $\measuredangle A'S'B'$ sind genau dann kongruent im Sinne von Kapitel I der Vorlesung, wenn sie kongruent im Sinne von Kapitel III der Vorlesung sind.

c) Zwei Dreiecke Δ und Δ' sind genau dann kongruent im Sinne von Kapitel I der Vorlesung, wenn sie kongruent im Sinne von Kapitel III der Vorlesung sind.

(2) Sei $(\mathcal{E}, \mathcal{G}, d, w)$ eine *Euklidische Ebene* und $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ zwei kongruente Teilmengen von $\mathcal{E}$. Zeigen Sie:
Ist $\mathcal{M}_1$ meßbar, so ist auch $\mathcal{M}_2$ meßbar und für den Flächeninhalt gilt

$$\mu(\mathcal{M}_1) = \mu(\mathcal{M}_2).$$

2+2+2+4 P

Insgesamt: **22 P**