Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 12

Vorlesung Elementargeometrie, SS 2016

Abgabe am 11.07.2016

Aufgabe 33

Sei $H := \{z \in \mathbb{C} \mid Im(z) > 0\}$ die obere Halbebene, $A \in GL(2, \mathbb{R})$ eine reelle (2×2)-Matrix mit $\det(A) > 0$ und $\phi_A : \mathbb{C}\cup\{\infty\} \to \mathbb{C}\cup\{\infty\}$ die durch A definierte Möbiustransformation. Zeigen Sie, dass $(\phi_A)_{|H}$ die obere Halbebene H bijektiv auf sich abbildet. **6 P**

Aufgabe 34

Es seien z_1, z_2 und z_3 drei paarweise verschiedene Punkte aus $\mathbb{C} \cup \{\infty\}$, von denen einer gleich ∞ ist. Zeigen Sie, dass es eine Möbiustransformation ϕ gibt, so dass $\phi(z_1) = 0$, $\phi(z_2) = 1$ und $\phi(z_3) = \infty$.
(Siehe auch Satz IV.17 der Vorlesung). **6 P**

Aufgabe 35

Seien $z_1, z_2, z_3, z_4 \in \mathbb{C} \cup \{\infty\}$ vier Punkte mit $\{z_1, z_2\} \cap \{z_3, z_4\} = \emptyset$ und $DV(z_1, z_2, z_3, z_4)$ ihr Doppelverhältnis.
Zeigen Sie, dass für jede Möbiustransformation $\phi : \mathbb{C} \cup \{\infty\} \to \mathbb{C} \cup \{\infty\}$ gilt:

$$DV(\phi(z_1), \phi(z_2), \phi(z_3), \phi(z_4)) = DV(z_1, z_2, z_3, z_4).$$

(Beachten Sie den Hinweis zu Satz IV.18 der Vorlesung). **6 P**

Insgesamt: **18 P**