



Übungsblatt 4

Vorlesung Analysis 1 (Lehramtsstudiengänge)

Wintersemester 2017/18
Abgabe am 20.11.2017

Bitte beachten Sie die Hinweise zur Abgabe der Übungsaufgaben auf den letzten beiden Übungsblättern. Diese gelten für alle Übungsblätter zur Vorlesung Analysis I.

Aufgabe 10: Zeigen Sie:

- a) $|x + y| + |x - y| \geq |x| + |y|$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$.
- b) $\frac{|x+y|}{1+|x+y|} \leq \frac{|x|}{1+|x|} + \frac{|y|}{1+|y|}$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$.
- c) Für welche reellen Zahlen $x \neq 3$ gilt $\frac{1}{|x-3|} > \frac{1}{1+|x-1|}$?
(Beweisen Sie Ihre Aussage).

6 P

Aufgabe 11: Untersuchen Sie, ob die folgenden Mengen $M_1, M_2, M_3 \subset \mathbb{R}$ nach oben bzw. nach unten beschränkt sind und bestimmen Sie ggf. das Supremum bzw. das Infimum. Sind dies Maxima bzw. Minima der jeweiligen Menge?

- a) $M_1 := \{(-\frac{1}{2})^m - \frac{4}{n} \mid m, n \in \mathbb{N}\}$.
- b) $M_2 := \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x + 3 > 6, x < 0\}$.
- c) $M_3 := \{x \in \mathbb{R} \mid \exists n \in \mathbb{N} \text{ mit } nx = n^2 + 2\}$.

6 P

Aufgabe 12: Es bezeichnen $A, B \subset \mathbb{R}$ nichtleere beschränkte Mengen reeller Zahlen. Zeigen Sie:

- a) $A \cup B$ ist beschränkt und es gilt

$$\begin{aligned}\sup(A \cup B) &= \max\{\sup A, \sup B\}, \\ \inf(A \cup B) &= \min\{\inf A, \inf B\}.\end{aligned}$$

- b) Sei $A \cap B \neq \emptyset$. Die Menge $A \cap B$ ist beschränkt und es gilt

$$\begin{aligned}\sup(A \cap B) &\leq \min\{\sup A, \sup B\}, \\ \max\{\inf A, \inf B\} &\leq \inf(A \cap B).\end{aligned}$$

Kann hierbei Gleichheit auftreten? (Begründen Sie Ihre Antwort).

6 P

Insgesamt: 18 P