Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 7

Vorlesung Analysis 1 (Lehramtsstudiengänge)

Wintersemester 2017/18

Abgabe am 11.12.2017

Aufgabe 19 Es sei (x_n) eine konvergente Folge positiver reeller Zahlen und $x := \lim\limits_{n\to\infty} x_n$. Zeigen Sie:

a) $x \geq 0$.

b) Für jedes $k \in \mathbb{N}$ konvergiert die Folge $(\sqrt[k]{x_n})$ gegen $\sqrt[k]{x}$.
(Für $x = 0$ setzen wir dabei $\sqrt[k]{0} := 0$).

c) Für jede positive rationale Zahl q konvergiert die Folge (x_n^q) gegen x^q.

d) Ist q eine negative rationale Zahl und $x > 0$, so konvergiert die Folge (x_n^q) gegen x^q.

Tipp: Für b) können Sie Aufgabe 15b) benutzen.

6=1+3+1+1 P

Aufgabe 20
Untersuchen Sie, ob die folgenden Folgen reeller Zahlen $(a_n), (b_n), (c_n), (d_n), (e_n)$ konvergieren und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert (mit Beweis !):

a) $a_n := \frac{n^4+3n^2+3n+1}{6n^4+3}$.

b) $b_n := \frac{2+\frac{5}{\sqrt{n}}}{1+3\sqrt{n}}$.

c) $d_n := (-1)^n \cdot \sqrt[n]{n} + \frac{n^3}{5^n}$.

d) $c_n := \sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2+3n}$.

e) $e_n := \frac{1^2}{n^3} + \frac{2^2}{n^3} + \frac{3^2}{n^3} + \ldots + \frac{n^2}{n^3}$.

6=1+1+1+1,5+1,5 P

Aufgabe 21 Untersuchen Sie, ob die folgenden Folgen komplexer Zahlen (z_n), (w_n), (u_n), (v_n), (p_n) konvergieren und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert (mit Beweis):

a) $z_n := \frac{n}{n^3+2} + i\,\sqrt[n]{2}$.

b) $w_n := \frac{1}{n} \cdot (\cos(n \cdot 30°) + i\sin(n \cdot 30°))$.

c) $u_n := n \cdot (\cos(\frac{1}{n} \cdot 30°) + i\sin(\frac{1}{n} \cdot 30°))$.

d) $v_n := \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n$.

e) $p_n := \left(\frac{(1-\sqrt{3})+i(1+\sqrt{3})}{2+2i}\right)^n$.

6=1+1+1+1+2 P

Insgesamt: **18 P**