Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 10

Vorlesung Analysis 1 (Lehramtsstudiengänge)

Wintersemester 2017/18

Abgabe am 15.1.2018

Aufgabe 28

Seien a, b positive reelle Zahlen mit $a, b \neq 1$. Zeigen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}^+$ gilt:

a) $\log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)}$.

b) $\frac{\log_a(x)}{c} = \log_{a^c}(x)$ für alle $c \in \mathbb{R}, c \neq 0$.

c) $\log_a(x) = -\log_{\frac{1}{a}}(x)$.

6 P

Aufgabe 29

Bestimmen Sie alle reellen Zahlen $x \in \mathbb{R}$, die jeweils die folgende Gleichung lösen:

a) $2(\log_5 x)^2 + \log_5(x^3) = 2$.

b) $2^{(3^x)} = 3^{(4^x)}$.

c) $2^x + 3^{x+3} - 2^{x+2} - 3^{x+1} = 0$.

6 P

Aufgabe 30

a) Wir wissen aus der Vorlesung, dass die Wurzelfunktion $\sqrt[3]{} : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ auf $\mathbb{R}^+$ stetig ist. Geben Sie zu jedem $\varepsilon > 0$ und $x_0 \in \mathbb{R}^+$ ein $\delta > 0$ an, so dass gilt:

$$\forall\, x \in \mathbb{R}^+ \text{ mit } |x - x_0| < \delta \quad \Longrightarrow \quad |\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x_0}| < \varepsilon.$$

(*Tipp:* Benutzen Sie die Abschätzung aus Aufgabe 15 b))

b) Wir wissen aus der Vorlesung, dass die Funktion $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit $f(z) := z^2$ auf $\mathbb{C}$ stetig ist. Geben Sie zu jedem $\varepsilon > 0$ und $z_0 \in \mathbb{C}$ ein $\delta > 0$ an, so dass gilt:

$$\forall\, z \in \mathbb{C} \text{ mit } |z - z_0| < \delta \quad \Longrightarrow \quad |z^2 - z_0^2| < \varepsilon.$$

(*Tipp:* Benutzen Sie $z^2 - z_0^2 = (z - z_0)(z + z_0)$ und die Dreiecks-Ungleichung
$|z + z_0| = |(z - z_0) + 2z_0| \leq |z - z_0| + 2|z_0|$.)

6 P

Insgesamt: **18 P**