Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 15

Vorlesung Analysis 1 (Lehramtsstudiengänge)

Wintersemester 2017/18

ohne Abgabe (Woche vom 12.2.-16.2.2018)

Aufgabe 44
Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen $f : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ alle lokalen Extremwerte auf I und entscheiden Sie, ob es sich jeweils um globale Extremwerte handelt oder nicht. (*Tipp:* Untersuchen Sie dazu auch das Monotonieverhalten von f).

a) $f(x) := x^2 e^{-x}$ auf $I = \mathbb{R}$.

b) $f(x) := (x-1)^5 + 2(x-1)^4$ auf dem Intervall $I = [0, 4]$.

c) $f(x) := x^x$ auf dem Intervall $I = (0, +\infty)$.

d) $f(x) := \arctan\bigl(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x\bigr)$ auf dem Intervall $I = (-1, +\infty)$.

Aufgabe 45
Zeigen Sie, dass für $|x| < \frac{1}{2}$ die Näherungsformel

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2$$

mit einem Fehler gilt, der nicht größer als $\frac{1}{2}|x|^3$ ist.

Aufgabe 46

a) Bestimmen Sie die Taylorreihe $T(f, 0)(x)$ für die Funktion $f : (-1, +\infty) \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := \frac{x}{x+1}$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

b) Geben Sie den Konvergenzradius für $T(f, 0)(x)$ an.

c) Zeigen Sie mit der Lagrange-Form des Restgliedes, dass $f(x) = T(f, 0)(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < \frac{1}{2}$.

d) Gilt $f(x) = T(f, 0)(x)$ auf dem gesamten Konvergenzintervall von $T(f, 0)(x)$?
Tipp: Geometrische Reihe.