Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 3

Vorlesung Analysis 2 (Lehramtsstudiengänge)

Sommersemester 2018

Abgabe am 07.05.2018

Achtung: Bei der Berechnung der Integrale aller Aufgaben dieses Übungsblattes muß der Lösungsweg klar erkennbar sein. (Ohne Lösungsweg gibt es keine Punkte!)

Aufgabe 7

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale (durch partielle Integration und/oder Substitution):

a) $\int \arctan(x)\,dx$

b) $\int x^2 e^x\,dx$

c) $\int \frac{\ln x}{x^2}\,dx$ auf $(0,\infty)$

d) $\int x \cdot \sqrt{1+x^2}\,dx$

e) $\int \frac{1}{(\sqrt{1+x^2})^3}\,dx$

f) $\int \sqrt{r^2-x^2}\,dx$ auf $(-r,r)$.

Tipp: In d)-f) zunächst geeignet substituieren.

15 = 2+2+2+3+3+3 P

Aufgabe 8

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale auf Intervallen $I \subset \mathbb{R}$, auf denen der Integrand jeweils definiert ist.

a) $\int \frac{x+2}{x^3-2x^2+x}\,dx$

b) $\int \frac{2x^3+2x^2+2x-2}{(x^2+1)^2}\,dx$

c) $\int \frac{x^7}{x^4+2}\,dx$

d) $\int \frac{e^x-1}{e^x+1}\,dx$

e) $\int \frac{x-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}\,dx$

f) $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^4 x}\,dx$

Tipp: Führen Sie die Integrale d) - f) durch geeignete Substitution auf Integrale rationaler Funktionen zurück. Substitution in f) $y = \tan(x)$

15 = 2+2+2+3+3+3 P

— bitte wenden —

Aufgabe 9

Beweisen Sie folgende Formeln für die bestimmten Integrale:

a) $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(x)\,dx = \begin{cases} \frac{1\cdot 3\cdot \ldots \cdot (2k-1)}{2\cdot 4\cdot \ldots \cdot (2k)} \cdot \frac{\pi}{2} & n = 2k \geq 2 \\ \frac{2\cdot 4\cdot \ldots \cdot (2k)}{3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2k+1)} & n = 2k+1 \geq 3 \end{cases}$$

b) $$\int_0^{2\pi} \sin^n(x)\,dx = \int_0^{2\pi} \cos^n(x)\,dx. \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}$$

Tipp: Zu a) Benutzen Sie die Rekursionsformel für das unbestimmte Integral aus der Vorlesung. Zu b) $\sin(x) = \cos(x - \frac{\pi}{2})$, $\cos(x) = \cos(x + 2\pi)$.

6 P

Insgesamt: **36 P**