Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 6

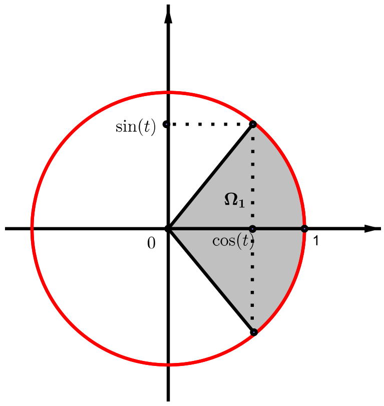
Vorlesung Analysis 2 (Lehramtsstudiengänge)

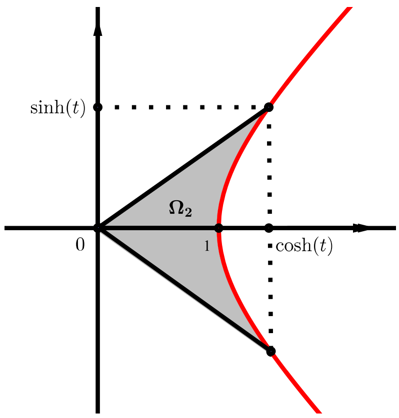
Sommersemester 2018

Abgabe am 28.05.2018

Aufgabe 16

Berechnen Sie den Flächeninhalt der grauen Gebiete Ω_1 und Ω_2 in den folgenden Zeichnungen (Ω_1 Kreissegment, Ω_2 Hyperbelsegment):





8 P

Aufgabe 17

Sei R eine positive reelle Zahl und $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ das folgende Gebiet:

$$\Omega := \{ (R + r\cos\varphi, r\sin\varphi) \mid 0 \leq \varphi \leq 2\pi,\ 0 \leq r \leq 2R(1 - \cos\varphi) \}.$$

a) Skizzieren Sie Ω.
(Sie können dazu auch ein Computerprogramm benutzen).

b) Berechnen Sie den Flächeninhalt von Ω.

6 P

(Die Randkurve von Ω ist die Bahnkurve eines Punktes, der auf dem Rand einer Kreisscheibe S vom Radius R fixiert ist, wenn S außen auf einem Kreis vom Radius R abrollt).

— bitte wenden —

Aufgabe 18

Sei $C^0([a, b], \mathbb{R})$ der Vektorraum der stetigen Funktionen, die vom abgeschlossenen Intervall $[a, b]$ in die reellen Zahlen $\mathbb{R}$ abbilden.

a) Begründen Sie, dass

$$d_\infty(f, g) := \max\{|f(x) - g(x)| \mid x \in [a, b]\} \qquad \text{für } f, g \in C^0([a, b], \mathbb{R}),$$

korrekt definiert ist (d.h. dass das Maximum existiert) und zeigen Sie, dass d_∞ eine Abstandsfunktion auf $C^0([a, b], \mathbb{R})$ ist.

b) Begründen Sie, dass

$$d_1(f, g) := \int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx \qquad \text{für } f, g \in C^0([a, b], \mathbb{R}),$$

korrekt definiert ist (d.h. dass das Riemann-Integral existiert) und beweisen Sie, dass d_1 eine Abstandsfunktion auf $C^0([a, b], \mathbb{R})$ ist.

c) Werden die Metriken d_∞ bzw. d_1 durch eine Norm auf dem Vektorraum $C^0([a, b], \mathbb{R})$ induziert? Falls ja, dann geben Sie die Normen bitte an.

10 P

Insgesamt: **24 P**