Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 14

Vorlesung Analysis 2 (Lehramtsstudiengänge)

Sommersemester 2018

(Ohne Abgabe, Besprechung in den Übungen)

Aufgabe 40

Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen $A \subset \mathbb{R}^2$, begründen Sie, dass sie Jordan-meßbar sind und berechnen Sie die Riemann-Integrale $\int\limits_A f(x,y)\,d(x,y)$ für:

a) $A = [0,2] \times [1,2]$ und $f(x,y) := y \cdot \sin(\pi x y)$.

b) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2\,,\, 0 \leq y \leq x^2\}$ und $f(x,y) = x^2 + y^2$.

c) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq y \leq 1\}$ und $f(x,y) = \frac{\sin(y)}{y}$.

Tipp: Satz von Fubini

Aufgabe 41

Skizzieren Sie folgenden Teilmengen A und B des $\mathbb{R}^3$, begründen Sie, dass sie Jordan-meßbar sind und berechnen Sie ihr Volumen.

a) $A := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid -2 \leq x \leq 2\,,\, 0 \leq y \leq 5\,,\, 0 \leq z \leq 4 - x\}$.

b) $B := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 8\,,\, x^2 + y^2 \leq z^2\}$.

Tipp: Prinzip von Cavalieri.

Aufgabe 42

Skizzieren Sie die Mengen $A \subset \mathbb{R}^2$ und $B \subset \mathbb{R}^3$ und berechnen Sie mit Hilfe der Transformationsformel die Integrale $\int\limits_A f(x,y)\,d(x,y)$ und $\int\limits_B g(x,y,z)\,d(x,y,z)$:

a) $A := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq R^2\}$ und $f(x,y) := (x^2 + y^2)^2$.
Tipp: Polarkoordinaten.

b) $B := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq R^2,\ x \geq 0,\ y \geq 0,\ -1 \leq z \leq 1\}$ und
$g(x,y,z) := x(y+z)$.
Tipp: Zylinderkoordinaten.