



### 3. Test zur Vorlesung Analysis I Übungsgruppen 3 und 6, Dienstag 16.1.2018

---

<b>B</b>	<b>Name:</b>	<b>Punkte</b>	<b>von 8</b>
	<b>Matrikelnummer:</b>		

---

Bitte bearbeiten Sie alle Aufgaben auf diesem Blatt. Bitte führen Sie jeden Schritt aus und begründen Sie alle Ihre Aussagen. **Viel Erfolg!**

#### Aufgabe 1:

1. Es sei  $(x_n)$  eine beschränkte Folge reeller Zahlen. Was versteht man unter dem Limes Superior  $\limsup_{n \rightarrow \infty} x_n$ ? (Definieren Sie diesen Begriff)
2. Geben Sie  $\limsup_{n \rightarrow \infty} x_n$  für die Folge  $(x_n)$  mit  $x_n := (-1)^n(1 + \frac{1}{n})$  an.

**2 P**

#### Aufgabe 2: Ist die Reihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{3^{k+1}}$$

konvergent? (Beweisen Sie Ihre Antwort).

**3 P**

**Aufgabe 3:** Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+1}{2k^2+k+1} \cdot z^k.$$

**3 P**

*Zur Erinnerung:* Den Konvergenzradius  $R$  einer Potenzreihe  $\sum_{k=0}^{\infty} a_k(z - z_0)^k$  kann man nach zwei Formeln berechnen:

1. Sei  $\lambda := \limsup_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_k|}$ . Dann gilt:

$$R = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} & \text{falls } 0 < \lambda < \infty \\ 0 & \text{falls } \lambda = +\infty \\ +\infty & \text{falls } \lambda = 0 \end{cases}$$

2. Wenn  $a_k \neq 0$  für alle  $k \in \mathbb{N}$  und der Limes  $\mu = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|a_{k+1}|}{|a_k|} \in [0, +\infty) \cup \{+\infty\}$  existiert, dann gilt auch die Formel:

$$R = \begin{cases} \frac{1}{\mu} & \text{falls } 0 < \mu < \infty \\ 0 & \text{falls } \mu = +\infty \\ +\infty & \text{falls } \mu = 0 \end{cases}$$