Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
HU Berlin

3. Test zur Vorlesung Analysis I

Übungsgruppen 4 und 5, Mittwoch 17.1.2017

A **Name:** **Matrikelnummer:** **Punkte** **von 8**

Bitte bearbeiten Sie alle Aufgaben auf diesem Blatt. Bitte führen Sie jeden Schritt aus und begründen Sie alle Ihre Aussagen. **Viel Erfolg!**

Aufgabe 1:

1. Was versteht man unter einer Reihe komplexer Zahlen? (Definieren Sie diesen Begriff)
2. Wann nennt diese Reihe konvergent? (Definieren Sie diesen Begriff)

2 P

Aufgabe 2: Seien (x_n) und (y_n) zwei konvergente Folgen reeller Zahlen mit $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$ und $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = y$. Zeigen Sie, dass die Folge $(x_n + y_n)$ gegen $x + y$ konvergiert. **3 P**

Aufgabe 3: Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^{k^2} z^k.$$

3 P

Zur Erinnerung: Den Konvergenzradius R einer Potenzreihe $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k(z - z_0)^k$ kann man nach zwei Formeln berechnen:

1. Sei $\lambda := \limsup\limits_{k\to\infty} \sqrt[k]{|a_k|}$. Dann gilt:

$$R = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} & \text{falls } 0 < \lambda < \infty \\ 0 & \text{falls } \lambda = +\infty \\ +\infty & \text{falls } \lambda = 0 \end{cases}$$

2. Wenn $a_k \neq 0$ für alle $k \in \mathbb{N}$ und der Limes $\mu = \lim\limits_{k\to\infty} \frac{|a_{k+1}|}{|a_k|} \in [0, +\infty) \cup \{+\infty\}$ existiert, dann gilt auch die Formel:

$$R = \begin{cases} \frac{1}{\mu} & \text{falls } 0 < \mu < \infty \\ 0 & \text{falls } \mu = +\infty \\ +\infty & \text{falls } \mu = 0 \end{cases}$$