



3. Test zur Vorlesung Analysis I Übungsgruppen 4 und 5, Mittwoch 17.1.2018

B	Name:	Punkte	von 8
	Matrikelnummer:		

Bitte bearbeiten Sie alle Aufgaben auf diesem Blatt. Bitte führen Sie jeden Schritt aus und begründen Sie alle Ihre Aussagen. **Viel Erfolg!**

Aufgabe 1:

1. Definieren Sie die Eulerzahl e
2. Ist die Eulerzahl rational oder irrational? (Ohne Begründung)

2 P

Aufgabe 2: Sei (x_n) eine Folge reeller Zahlen, die gegen x konvergiert.
Zeigen Sie, dass die Folge $(|x_n|)$ gegen $|x|$ konvergiert.

(Tipp: Sie können die Ungleichung $||a| - |b|| \leq |a - b|$ für alle $a, b \in \mathbb{R}$ benutzen.)

3 P

Aufgabe 3: Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{2k}{k} (z-1)^k.$$

3 P

Zur Erinnerung: Den Konvergenzradius R einer Potenzreihe $\sum_{k=0}^{\infty} a_k (z - z_0)^k$ kann man nach zwei Formeln berechnen:

1. Sei $\lambda := \limsup_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_k|}$. Dann gilt:

$$R = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} & \text{falls } 0 < \lambda < \infty \\ 0 & \text{falls } \lambda = +\infty \\ +\infty & \text{falls } \lambda = 0 \end{cases}$$

2. Wenn $a_k \neq 0$ für alle $k \in \mathbb{N}$ und der Limes $\mu = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|a_{k+1}|}{|a_k|} \in [0, +\infty) \cup \{+\infty\}$ existiert, dann gilt auch die Formel:

$$R = \begin{cases} \frac{1}{\mu} & \text{falls } 0 < \mu < \infty \\ 0 & \text{falls } \mu = +\infty \\ +\infty & \text{falls } \mu = 0 \end{cases}$$