Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
HU Berlin

3. Test zur Vorlesung Analysis I

Übungsgruppen 1 und 2, Montag 15.1.2018

A	**Name:** **Matrikelnummer:**	**Punkte**	**von 8**

Bitte bearbeiten Sie alle Aufgaben auf diesem Blatt. Bitte führen Sie jeden Schritt aus und begründen Sie alle Ihre Aussagen. **Viel Erfolg!**

Aufgabe 1:

1. Es sei (x_n) eine Folge reeller Zahlen. Wann nennt man (x_n) konvergent? Definieren Sie diesen Begriff.
2. Geben Sie eine konvergente und eine nicht-konvergente Folge reeller Zahlen an.

2 P

Aufgabe 2: Ist die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}$$

konvergent ? (Beweisen Sie Ihre Antwort).

3 P

Aufgabe 3: Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^k}{2^{k+1}}(z-1)^k.$$

3 P

Zur Erinnerung: Den Konvergenzradius R einer Potenzreihe $\sum_{k=0}^{\infty} a_k(z-z_0)^k$ kann man nach zwei Formeln berechnen:

1. Sei $\lambda := \limsup_{k\to\infty} \sqrt[k]{|a_k|}$. Dann gilt:

$$R = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} & \text{falls } 0 < \lambda < \infty \\ 0 & \text{falls } \lambda = +\infty \\ +\infty & \text{falls } \lambda = 0 \end{cases}$$

2. Wenn $a_k \neq 0$ für alle $k \in \mathbb{N}$ und der Limes $\mu = \lim_{k\to\infty} \frac{|a_{k+1}|}{|a_k|} \in [0,+\infty) \cup \{+\infty\}$ existiert, dann gilt auch die Formel:

$$R = \begin{cases} \frac{1}{\mu} & \text{falls } 0 < \mu < \infty \\ 0 & \text{falls } \mu = +\infty \\ +\infty & \text{falls } \mu = 0 \end{cases}$$