Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 1

Analysis I* – WS 11/12

Abgabe am 25.10.2011

Aufgabe 1
Beweisen Sie folgende Summenformeln für $n \in \mathbb{N}$:

a) $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$.

b) $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{1}{4} n^2(n+1)^2$.

4 P

Aufgabe 2
Es seien $x \in \mathbb{R}$, $\nu, l, k \in \mathbb{N}_0$ und $l \leq k$. Beweisen Sie die folgenden Formeln für die Binomialkoeffizienten $\binom{x}{\nu}$:

a) $\binom{-x}{\nu} = (-1)^\nu \binom{x+\nu-1}{\nu}$.

b) $\binom{x+1}{\upsilon+1} = \binom{x}{\nu} \frac{x+1}{\nu+1}$.

c) $\binom{x}{\nu+1} = \binom{x}{\nu} \frac{x-\nu}{\nu+1}$.

d) $\binom{x}{k}\binom{k}{l} = \binom{x}{l}\binom{x-l}{k-l}$.

4 P

Aufgabe 3
Beweisen Sie: Es gibt genau $\binom{n-k+1}{k}$ verschiedene Möglichkeiten, k Zahlen aus der Menge $\{1, 2, \ldots, n\}$ so auszuwählen, dass darunter keine zwei benachbarten sind. **4 P**

Aufgabe 4

a) Beweisen Sie: Für alle natürlichen Zahlen $n \geq 2$ gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}} > \sqrt{n}.$$

b) Es seien $x_1, x_2, x_3, \ldots$ positive reelle Zahlen. Beweisen Sie, dass für jede natürliche Zahl n gilt:

$$\left(\sum_{k=1}^{n} x_k\right) \cdot \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{x_k}\right) \geq n^2.$$

6 P

Insgesamt: **18 P**

— bitte wenden —

Die Übungsaufgaben zu dieser Vorlesung werden jeweils am Dienstag früh herausgegeben. Sie erscheinen auf der homepage

`http://www.mathematik.hu-berlin.de/~baum`

unter Lehre WS 2011/12 auf der Seite für die Vorlesung Analysis I*. Sie sind außerdem in der Dienstag-Vorlesung erhältlich.
Die Abgabe der Lösungen erfolgt am darauf folgenden Dienstag

vor Beginn der Vorlesung von 9:00 - 9:10.

Es liegen entsprechende Mappen im Vorlesungsraum aus. **Nach Beginn der Vorlesung um 9:15** werden keine Lösungen mehr angenommen !!.

Bitte schreiben Sie die Lösung jeder Aufgabe auf ein extra Blatt und versehen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen, Ihrer Matrikel-Nummer und der Nummer Ihrer Übungsgruppe.