Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 1

Analysis und Geometrie auf Mannigfaltigkeiten (Differentialgeometrie I)

WS 2013/2014

Abgabe am 23.10.2013

Aufgabe 1
Zeigen Sie:

a) Jeder topologische Raum mit abzählbarer Basis ist separabel.
b) Jeder separable metrische Raum hat eine abzählbare Basis.

4 P

Aufgabe 2 *Die Sorgenfrey-Linie*
Wir betrachten die Menge der reellen Zahlen $\mathbb{R}$ und das folgende System τ_{sorg} von Teilmengen von $\mathbb{R}$:

$U \in \tau_{sorg} \quad :\Longleftrightarrow \quad U = \emptyset$ oder U ist eine Vereinigung beliebig vieler halboffener Intervalle der Form $[a, b)$, $-\infty < a < b < +\infty$.

Zeigen Sie:

a) $(\mathbb{R}, \tau_{sorg})$ ein topologischer Raum.
b) $(\mathbb{R}, \tau_{sorg})$ ist separabel.
c) Jeder Punkt von $(\mathbb{R}, \tau_{sorg})$ besitzt eine abzählbare Umgebungsbasis.
d) $(\mathbb{R}, \tau_{sorg})$ besitzt keine abzählbare Basis.
e) $(\mathbb{R}, \tau_{sorg})$ ist nicht metrisierbar.

8 P

Aufgabe 3
Beweisen Sie, dass die topologischen Räume $\mathbb{R}^n$, $\mathbb{C}^n$, S^n, T^n, $\mathbb{R}P^n$, $\mathbb{C}P^n$, das Möbiusband und die Kleinsche Flasche (mit ihrer jeweiligen Standardtopologie - siehe Vorlesung) eine abzählbare Basis besitzen. **4 P**

Insgesamt: **16 P**