



Übungsblatt 7

Differentialgeometrie I - SS 09

Abgabe 03.06.2009

Aufgabe 19

Sei (M, g) eine semi-Riemannsche Mannigfaltigkeit, $X \in \mathfrak{X}(M)$ ein Killing-Vektorfeld und $\gamma : I \subset \mathbb{R} \rightarrow M$ eine Geodäte von (M, g) . Zeigen Sie, dass die Funktion $g(X(\gamma(t)), \gamma'(t))$ konstant ist.

3 P

Aufgabe 20

Sei (M, g) eine semi-Riemannsche Mannigfaltigkeit und $\gamma : I \subset \mathbb{R} \rightarrow M$ eine Kurve mit

$$\frac{\nabla \gamma'}{dt}(t) = \sigma(t) \cdot \gamma'(t) \quad \forall t \in I$$

für eine Funktion $\sigma \in C^\infty(I, \mathbb{R})$. Zeigen Sie, dass γ eine Prägeodäte ist.

4 P

Aufgabe 21

Zeigen Sie, dass eine Isometrie $F : (M, g) \rightarrow (\widetilde{M}, \widetilde{g})$ zwischen zwei zusammenhängenden semi-Riemannschen Mannigfaltigkeiten durch ihren Wert und ihr Differential in einem Punkt bestimmt ist. D.h. sind F_1 und F_2 zwei Isometrien und gilt

$$F_1(x_0) = F_2(x_0) \quad \text{und} \quad (dF_1)_{x_0} = (dF_2)_{x_0}$$

für einen Punkt $x_0 \in M$, so ist $F_1 = F_2$.

4 P

Insgesamt: 11 P