

Iterative Verfahren großer schwach besetzter Gleichungssysteme - Praktikum
2. Projekt

Aufgabe 2.1

Implementieren Sie das gedämpfte Jacobi-Verfahren und das Richardsonverfahren. Berechnen Sie analog zu Aufgabe 1.3 ϵ_m und $\epsilon_{m+1}/\epsilon_m$ für $N = 32$.

Sei

$$\rho_{m+k,m} := \left(\frac{\|e^{m+k}\|}{\|e^m\|} \right)^{1/k}.$$

Nach Bemerkung 3.14 konvergiert sowohl $\rho_{m+k,m}$ als auch $\rho_{k+1,k}$ für $k \rightarrow \infty$ unter gewissen Voraussetzungen an den Startvektor x_0 gegen $\rho(M)$.

Aufgabe 2.2

Approximieren Sie den Effektiven Aufwand $\text{Eff}(\Phi) = -C_\Phi / \log(\rho(M))$ für die bisherigen Verfahren, wobei C_Φ der Kostenfaktor eines Iterationsschritts ist.

Warum spielt für die Approximation von $\rho(M)$ der Wert der rechten Seite des zugehörigen Gleichungssystems $Ax = b$ keine Rolle?¹ Berechnen Sie außerdem für das Modellproblem $|\rho(M) - \rho_{m+2,m+1}| / |\rho(M) - \rho_{m+1,m}|$ für das Richardson-Verfahren.

Aufgabe 2.3

Berechnen Sie die Ordnung der Konvergenzraten aus Aufgabe 2.2 (siehe Definition 3.20) für das Modellproblem.

Diskussion der Ergebnisse am Montag, den 31.5.10

¹Daher kann man o.B.d.A. stets $b = x = 0$ wählen.