

Humboldt-Universität zu Berlin

Institut für Mathematik

Prof. Dr. Jochen Brüning

Vorlesung Analysis IIIa, WS 2008/09

ÜBUNGSBLATT zur Vertiefung

Abgabe freiwillig!

Aufgabe 1. In der Vorlesung wurde die Parametrisierung von Halbsphären der S^2 eingeführt. Wie viele solcher Parametrisierungen sind mindestens nötig, um einen Atlas der S^2 zu bilden?

Aufgabe 2. Bestimmen Sie, ob die Ihnen in der Vorlesung und Übung vorgestellten Parametrisierungen der S^2 , also die Mercatorprojektion, die Zylinderprojektion, die stereographische Projektion und die Parametrisierung aus Aufgabe 1 miteinander verträglich sind, d.h. prüfen Sie, ob die Übergangsabbildungen zwischen diesen jeweils C^k -Abbildungen sind.

Aufgabe 3. Finden Sie eine Parametrisierung für den Zylinder

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y - 3)^2 = 9\}.$$

Aufgabe 4. Welche der folgenden Mengen sind Untermannigfaltigkeiten?

- a) Offene Mengen des \mathbb{R}^n .
- b) $\overline{B_1(0)} \subset \mathbb{R}^2$.
- c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 = c\} \subset \mathbb{R}^2$, mit $c \in \mathbb{R}$.
- d) $GL(n, \mathbb{R}) \subset \mathbb{R}^{n^2}$.

Aufgabe 5. Das Möbiusband M entsteht aus dem Raum $(-1, 1) \times [0, 1]$, indem man $(-1, 1) \times 0$ und $(-1, 1) \times 1$ durch $(t, 0) \sim (-t, 1)$ identifiziert. Sei $p : (-1, 1) \times [0, 1] \rightarrow M$ die Projektion. Ferner seien $V_1 := (-1, 1) \times (0, 1)$ und $V_2 := (-1, 1) \times ([0, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, 1])$. Geben Sie mit Hilfe dieser Daten einen Atlas für M an.

Für weitere Hinweise zur Bearbeitung der Übungsblätter siehe
<http://www.math.hu-berlin.de/~geomanal/analysis3.html>