Übungen, Analysis II (ohne Stern), SoSem 2011

Bernd Kummer

3. Serie bis Mo, 2. 5. 2011 ; 13.15 Uhr (in Neumann II.407)

Vorläufige Übungszeiten am Dienstag:
alternierend je zu Termin und Raum von 9-11 bzw. 11-13 Uhr. Am 26.4. von 11-13.

Aufgabe 1:

(5 P) Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ (Frechet-) differenzierbar in $\bar{x}$, und $\bar{x}$ sei ein lokaler Minimalpunkt von f. Warum ist dann $Df(\bar{x})$ die Nullfunktion ?

Aufgabe 2:

(6 = 3+3 P) Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ (Frechet-) differenzierbar in $\bar{x}$, und $v \in \mathbb{R}^2$, $v \neq 0$ sei beliebig fixiert. Für die reelle Funktion g mit

(a) $\quad g(t) = f(\bar{x} + t\, v), \; t \in \mathbb{R}$

(b) $\quad g(t) = f(\bar{x} + t^2 v), \; t \in \mathbb{R}$

bestimme man die Ableitung in $t = 0$ mittels $Df(\bar{x})$.

Aufgabe 3:

a) (2 P) Warum ist eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ nicht notwendig linear, wenn $f(0) = 0$ gilt, die zweiten partiellen Ableitungen überall existieren und im Nullpunkt ebenfalls Null sind (Gegenbeispiel) ?

b) (5 P) Warum ist eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ stets linear, wenn $f(0) = 0$ gilt, die zweiten partiellen Ableitungen überall existieren und in *jedem* Punkt Null sind? (Betrachten Sie achsenparalle Änderungen des Arguments und wenden Sie den Mittelwertsatz der Diff. Rechnung an auf $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ und f).

Viel Erfolg.
Sum = 18 P.

Wie stets: Aufgaben auf getrennte Zettel und Name des Übungsleiters bitte mit angeben ! Abgabe als Gruppe (2 oder 3 Studenten/innen) ist möglich.

Als Service: Was gab es bisher in Analysis II ?
1. Woche Mo 11. 4., Mi 13. 4. 2011
Einfiührung,
Norm, Frechet-Ableitung für Funktionen von 2 Variablen. 2 Beispiele (diffb / nicht diffb.) Notwendigkeit der Existenz partieller Ableitungen

2. Woche Mo 18. 4., Mi 20. 4. 2011
Norm im linearen Raum, Beispiel für fehlende Normäquivalenz und unstetige additive, homogene Funktionen, Frechet-Ableitung für Funktionen von $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, Verbindung zu Matrizen und Skalarprodukt, Gradient, Hesse-Matrix der 2. partiellen Ableitungen für $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$.

3. Woche Mi 26. 4. 2011
Satz von Schwarz zur Symmetrie 2. Ableitungen