# Übungen, Analysis II (ohne Stern), SoSem 2011

Bernd Kummer

4. Serie bis Mo, 16. 5. 2011 ; 13.15 Uhr (in Neumann II.407)

---

1. Übungszeiten: am Dienstag ab sofort von 9-11 UND 11-13 Uhr (Herr Puffer übernimmt beide und die Mi-Übung).
2. Mündliche Nachprüfungen Analysis I:

Allen, für die es die letzte (3.) Prüfung ist, empfehle ich dringend, den Analysis I-Kurs nochmals zu besuchen, um die Exmatrikulationsgefahr zu minimieren. Wer dennoch geprüft werden möchte, melde sich bitte per email bis 30.5. bei kummer@mathematik.hu-berlin.de . Ich lege dann zeitnah einen Konsultationstermin fest und prüfe bis etwa 20.6. 2011 (falls Anzahl der Teilnehmer $\leq 10$, ansonsten geht es nur in der vorl.-freien Zeit).

3. Klausuren im Sommer-Semester 2011 Analysis II
- Di 19.07. 2011, 13 -15 Uhr, RUD 26, 0'115
- Mo 10.10. 2011, 10 -12 Uhr, RUD 26, 0'110

**Aufgabe 1:**

(3+3 P) Man betrachte zwei Lösungen $z = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ des Gleichungssystems

$$F(z) = c \quad (\in \mathbb{R}^2) \qquad \text{mit } F(z) = \begin{pmatrix} F_1(z) \\ F_2(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + x^2 + y \\ y + y^2 + xy \end{pmatrix} \tag{1}$$

für $c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, nämlich $\bar{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $z^* = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(a) In der Nähe welcher dieser Lösung gibt es - nach dem Satz über implizite Funktionen - zu normkleinen $c$ lokal eindeutige und (bezüglich c) differenzierbare Lösungen $z = z(c)$ von (1) ?

(b) Wie sieht dann die (Frechet-) Ableitung $Dz$ als Funktion von $c$ im entsprechenden Punkt aus ?

**Aufgabe 2:**

(5 +1 P) Man betrachte die Lösungen $(x, y) \in \mathbb{R}^{1+2}$ von

$$F(x,y) = c \in \mathbb{R}^2 \qquad \text{für } F(x,y) = \begin{pmatrix} F_1(x,y) \\ F_2(x,y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + a\ e^{y_1} + xy_2 \\ 2x + b\ e^{y_2} - xy_1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

mit reellen, nichtnegativen Konstanten $a, b$. Gelte

$$F(\bar{x}, \bar{y}) = \bar{c}.$$

(a) Bei welcher Wahl von $a, b$ und $\bar{c}$ kann der Satz über implizite Funktionen für die Lösungen $y = y(x)$ von $F(x, y) - \bar{c} = 0$ nahe $(\bar{x}, \bar{y})$ nicht angewendet werden ?
(b) Kann dies mit $\bar{c}_1\bar{c}_2 > 0$ passieren ?

**Aufgabe 3:**

(1+3+2 P) Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar, und $\bar{x}$ sei eine Lösung von $f(x) = 0$ mit $f'(\bar{x}) \neq 0$.
(a) Warum ist dann $x = \bar{x}$ die einzige Lösung von

$$f(\bar{x}) + f'(\bar{x})(x - \bar{x}) = 0 \qquad ?$$

Für $y$ nahe $\bar{x}$ sei nun $x = x(y)$ Lösung der Gleichung

$$F(x, y) := f(y) + f'(y)(x - y) = 0.$$

(b) Wieso hat die Funktion $x = x(y)$ in $y = \bar{x}$ die Ableitung Null (nach $y$) ?
(c) Warum folgt aus (b) für den Fehler der Lösungen $|x(y) - \bar{x}| \leq \frac{1}{2}|y - \bar{x}|$, wenn $|y - \bar{x}|$ klein genug ist ?

Viel Erfolg.
Sum = 6+6+6 = 18 P.
Wie stets: Aufgaben auf getrennte Zettel und Name des Übungsleiters bitte mit angeben ! Abgabe als Gruppe (2 oder 3 Studenten/innen) ist möglich.

Als Service: Was gab es bisher in Analysis II ?
1. Woche Mo 11. 4., Mi 13. 4. 2011
Einfuehrung,
Norm, Frechet-Ableitung fuer Funktionen von 2 Variablen. 2 Beispiele (diffb / nicht diffb.) Notwendigkeit der Existenz partieller Ableitungen

2. Woche Mo 18. 4., Mi 20. 4. 2011
Norm im linearen Raum, Beispiel fuer fehlende Normaequivalenz und unstetige additive, homogene Funktionen, Frechet-Ableitung fuer Funktionen von Rn in Rm, Verbindung zu Matrizen und Skalarprodukt, Gradient, Differenzierbarkeit bei stetigen partiellen Ableitungen, Hesse-Matrix der 2. partiellen Ableitungen fuer f von Rn in R.

3. Woche Mi 27. 4. 2011
Satz von Schwarz zur Symmetrie 2. Ableitungen

4. Woche Mo 2. 5., Mi 4. 5. 2011
Satz ueber implizite Funktionen, Beispiele, (lokale) inverse Funktion