Übungen, Analysis II (ohne Stern), SoSem 2011

Bernd Kummer

13. Serie bis Mo, 11. 7. 2011 ; 13.15 Uhr (in Neumann II.407)
Achtung:
Wir sind am Mi 13. 7. mit der Vorlesung in Schroedinger, 0'110 gleich neben 0'115.

Klausuren im Sommer-Semester 2011 Analysis II
- Mi 20.07. 2011, 10 -12 Uhr, RUD 26, 0'110
- Mo 10.10. 2011, 10 -12 Uhr, RUD 26, 0'110

ACHTUNG: Anmeldeschluss für die 1.Klausur ist am 6.7.2011. Die Anmeldung ist unabhängig von der in den Übungsserien erreichten Punkteanzahl möglich!

Für reelle Funkt. $y = y(x)$ mit stetigen 2. Ableitungen sei $L(y)$ die Funktion

$$L(y) = y'' + 4y' - 5y.$$

Aufgabe 1:

(3+2 P)

(a) Für welche reellen Konstanten a und λ definiert $y(x) = ae^{\lambda x}$ eine Lösung der DGL

$$L(y) = 0 \qquad \text{mit} \quad y(0) \neq 0 \ ?$$

(b) Beweisen Sie:
Wenn $y_1 = y_1(x)$ und $y_2 = y_2(x)$ beide $L(y) = 0$ erfüllen, so auch jede Funktion

$$y = ay_1 + by_2, \quad a, b \quad \text{reell.}$$

Aufgabe 2:

(3 + 2 P)
(a) Nutzen Sie (a) und (b) aus Aufgabe 1, um eine Lösung von $L(y) = 0$ zu bestimmen, die den Anfangsbedingungen $y(1) = 1,\ y'(1) = 2$ genügt.

(b) 2 P Warum gibt es keine Lösung von $L(y) = 0$ bis auf die Nullfunktion, die ein lokales Maximum mit nichtnegativem Wert besitzt ?

Aufgabe 3:

(5 P) Es seien $u_1, ..., u_n$ Funktionen eines Fundamentalsystems zum linearen (n, n)-System $x' = Ax$.

Man bilde mit den Komponenten $u_{i,k}$ der Funktionen $u_i = u_i(t)$ die Matrix

$$W(t) = \begin{pmatrix} u_{1,1}(t), ..., u_{n,1}(t) \\ ..... \\ u_{1,n}(t), ..., u_{n,n}(t) \end{pmatrix}.$$

Warum ist dann die (Wronski-) Determinante $\det W(t)$ für kein t Null ?
(Hinweis: Versuchen Sie einen indirekten Beweis und nutzen Sie den Existenz-und Eindeutigkeitssatz).

Viel Erfolg. Sum = 15 P.