Übungen, Einführung in die Spieltheorie, WiSem 2011/12

Bernd Kummer

Bitte Übungsblätter stets mit Namen und HS-Nummer (lesbar !!) versehen.
Gruppenmaximm = 2.

7. Serie bis Do, 8. 12. 2011 ; 15.00 Uhr

1. (2 P) Man ändere die Nash-Axiome für seine Verhandlungslösung, indem man auf das Axiom der Invarianz bei positiven linearen Transformationen verzichtet. Warum sind dann die Lösungen nicht mehr eindeutig bestimmt ?

2. (4 P) Bestimmen Sie die Nash-Verhandlungslösung (Näherung reicht) für Student und Millionär unter folgenden Annahmen: Es sollen 500 Euro verteilt werden. Die Nutzensfunktionen seien:

$$u(t) = c\ t \quad (\text{Millionär}, \;\; c > 0 \text{ klein}, \;\; t \geq 0), \qquad v(t) = \ln(100 + t) - \ln(100),$$

$$S = \{(u(x_1), v(x_2)) \mid x_1 + x_2 \leq 500, \; x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0\}$$

mit garantiertem Nutzen $u_0 = v_0 = 0$.
(2 P) Was ist merkwürdig an der erhaltenen Lösung ?

sum = 8 Punkte. Viel Erfolg !

Ergänzungs-Service
Literatur
1 J. von Neumann, O. Morgenstern. Theory of Games and Economic Behavior. Princeton, Univ. Press, 1944 (in deutsch u.a. Würzburg 1961)
2 B. Rauhut, N. Schmitz, E.-W. Zachow. Spieltheorie. Teubner, Studienbcher Mathematik, Stuttgart, 1979.
3 B. Kummer. Spiele auf Graphen. Deutsch.V. d. Wiss. Berlin 1979, Birkhäuser 1980, Mir (russ.) 1982.
4 N.N. Vorobiev. Foundations of Game Theory - Noncooperative Games. (in Russian), Nauka, Moscow 1984
5 E.S. Maskin. Recent Developments in Game Theory. Edward Elgar Publishing, Northhampton, 1999.
6 A.J. Jones. Game Theory; Mathematical models of conflict. Ellis Horwod Series Math. and its Appl. 1980
7 Robert Leonard. Von Neumann, Morgenstern and the Creation of Game Theory; From Chess to Social Science, 1909-1960. Cambridge Univ. Press, 2011
8. S. Kakutani. A generalization of Brouwer's fixed-point theorem. Duke Mathematical Journal, 8: 457–459, 1941

9. J.F. Nash. Noncooperative Games. Annals of Mathematics, 54: 286-295, 1951.
10. J. Robinson. An iterative method of solving a game. Annals of Mathematics, 54: 296-301, 1951.
11. G. Owen. Spieltheorie. Springer. Berlin-Heidelberg, New York 1971 (Übers.)
12. E.H. Moore. A generalization of the game called Nim. Ann. of Math. 11 (1909) 93-94.
13. E. Lasker. Brettspiele der Völker. Aug. Scherl GmBH, Berlin 1930.
14. C. Berge. Th$\acute{e}$orie g$\acute{e}$n$\acute{e}$rale des jeux $\grave{a}$ n personnes. Gauthier-Villars, Paris 1957.

Summary bisher:
Do 20. 10. 11
Einführung:
nicht-kooperativ: Nash-Gleichgewicht, antagonistische Spiele, Sattelpunkt, Eigenschaften von GGS, Haeftlingsdilemma, Familienstreit.
kooperativ: Aufteilung des Gewinns. Char. Funktion v(K) superadditiv, n=3 Abstimmung, "besser" für Koalit K.
NM-Lösung als Menge von Gewinnverteilungen. M= (1/2,1/2,0), usw. symm.Lösung.

Mo 24. 10. 11
Weiterführen bis ... core und Existenz einer NM Lösung.
Beispiel Marktmodelle: Walras (Güterbündel und -sinnvoller- Preis).
Beginn Matrixspiel: gemischte Strategie und resultierende GGS- Bedingung.

Do 27. 10. 11
LINOPT $--->$ Matrixspiel:
Dualitaets- und Existenzsatz; die Max- Min- Aufgaben für beide Spiele als lösbare Dualaufgaben.

Mo 31. 10. 11
Matrixspiel $--->$ LINOPT:
Schiefsymmetrische Spiele (Wert =0, optimal für Sp.1 = optimal für Sp. 2, $Ax \leq 0$.
Satz von J. Robinson für $A = -A^T$ (per vollst. Induktion).

Do 03. 11. 11
Modifiziertes Rob. Verfahren.
Lösung von LINOPT über ein schiefsymmetrisches Matrixspiel
Matrixspiel und (Kakutani-) Fixpunkte (in Ueb.).

Mo 07. 11. 11
Existenzsatz von Nash mittels Kakutani's Fixpunktsatz. Vorbereitung des Beweises von Brouwer's Fixp.Satz (Simplexunterteilung).

Do 10. 11. 11
Sperners Lemma und Beweis des Brouwer Satzes.

Mo 14. 11. 11
Äquivalenz des Brouwer-Satzes zum Arbeitslemma, zum Retraktsatz und Beweis des Kakutani - Satzes für die Euklidische Kugel.

Do 17. 11. 11
Erweiterung auf konv., komp. Mengen.
Existenzsatz für Variationsungleichungen (wieder mit Zerlegung der Einheit):
Gegeben

$$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \quad \emptyset \neq M \subset \mathbb{R}^n.$$

$$\text{Finde } \bar{x} \in M \text{ so dass } \langle f(\bar{x}), y - x \rangle \leq 0 \ \forall y \in M. \tag{1}$$

Interpretation von (1), wenn $f = Dh$ eine Ableitung ist:
Notwend. Bed. für $\bar{x} \in \operatorname{argmax}_{x \in M}$
Wenn ausserdem h konkav ist:
Notwend. + hinr. Bed. für $\bar{x} \in \operatorname{argmax}_{x \in M}$
Für GGSituationen: f besteht aus Gradienten zweier Funktionen $(f_1,\ f_2)$.

Mo 21. 11. 11
Spiele mit vollst. Information, lokal beschränkt, lokal endlich. Nimmspiele bis Gewinn-Verlust-Zerlegung und Def. Summenspiel.

Do 24. 11. 11
Lösung des Summenspiels mittels Grundy-Funktion. Fan-Tan der Ordnung p und Satz von Moore.

Mo 28. 11. 11
Sätze von Moore und Grundy in Anwendung auf die Grundy-Funktion.
Beginn: Nash-Verhandlungslösung.

Do 01. 12. 11
weiter: Nash-Verhandlungslösung. Drohungen im Bimatrixspiel.