

Optimale Blockauswahl bei der Kraftwerkseinsatzplanung

W. Römisches¹, R. Schultz², D. Dentcheva¹, R. Gollmer¹, A. Möller¹, P. Reeh³, G. Schwarzbach³ und J. Thomas³

¹ Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, 10099 Berlin,
e-mail: romisch@mathematik.hu-berlin.de,
URL: <http://www.mathematik.hu-berlin.de>

² Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin,
Heilbronner Straße 10, 10711 Berlin

³ VEAG Vereinigte Energiewerke Aktiengesellschaft,
Allee der Kosmonauten 29, 12681 Berlin

Abstract. The paper addresses the unit commitment problem in power plant operation planning. For a real power system comprising coal and gas fired thermal as well as pumped storage hydro plants a large-scale mixed integer optimization model for unit commitment is developed. Then primal and dual approaches to solving the optimization problem are presented and results of test runs are reported.

1 Aufgabenstellung

Das Problem der optimalen Blockauswahl (unit commitment) besteht in der kostenoptimalen Auswahl von Erzeugereinheiten eines Kraftwerkssystems, so daß die auftretende Last in einem gewissen Planungszeitraum (kurz- bis mittelfristig) gedeckt wird und weitere wirtschaftliche und technologische Nebenbedingungen eingehalten werden. Für Elektroenergieversorger ist die optimale Blockauswahl eine wichtige Routineaufgabe bei der Kraftwerkseinsatzplanung. Resultat der optimalen Blockauswahl sind kostenminimale Einsatzpläne für die einzelnen Erzeugereinheiten.

Das Kraftwerkssystem der VEAG Vereinigte Energiewerke AG Berlin besteht aus thermischen Einheiten (konventionellen Kraftwerksblöcken und Gasturbinen) sowie Pumpspeicherwerken. Die zu optimierenden Kosten setzen sich aus Brennstoffkosten für das Anfahren und den Betrieb der Kraftwerksblöcke sowie Strombezugskosten zusammen. Einsatzpläne basieren auf einem Zeitraster (viertelstündlich, stündlich oder gröber) und beinhalten Schaltzustände und Leistungswerte für die Kraftwerksblöcke sowie Leistungswerte für den Turbinen- bzw. Pumpbetrieb in den Pumpspeicherwerken und Bezüge. Zu den Nebenbedingungen zählen die Lastdeckung, das Vorhalten einer schnell wirkenden Reserveleistung, Leistungsbeschränkungen der Erzeugereinheiten, Mindeststillstandzeiten der thermischen Blöcke nach Trennung vom Netz und Bilanzen in den Pumpspeicherwerken. Typische Zeithorizonte für die Optimierung reichen von wenigen Tagen bis zu mehreren Monaten.

K.-H. Hoffmann et al. (eds.), *Mathematik Schlüsseltechnologie für die Zukunft*

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1997

Aus der umfangreichen Literatur zur optimalen Blockauswahl seien hier die Arbeiten [AIS], [BLS], [DEK], [HHL], [LPR], [MR], [SF] und [TBL] genannt. Eine vollständigere Literaturübersicht findet sich in [SF]. In [LPR] und [TBL] wird das aktuelle Interesse an der Entwicklung effizienter Algorithmen mit Hilfe moderner mathematischer Methoden deutlich. In einigen Arbeiten (z.B. [AIS], [TBL]) werden auch Lösungsvorschläge für Erzeugerstrukturen, die der der VEAG ähnlich sind, entwickelt. In den im folgenden beschriebenen Modellierungsansätzen und Lösungsstrategien verfolgen wir jedoch neue Wege.

2 Mathematische Modellierung

Das folgende mathematische Modell der optimalen Blockauswahl ist ein gemischt-ganzzahliges Optimierungsproblem mit linearen Nebenbedingungen. Im Modell bezeichnen

- T – die Anzahl der Unterteilungsintervalle des Optimierungszeitraums,
 I, J – die Anzahl der thermischen Kraftwerksblöcke bzw. der Pumpspeicherwerke (PSW).

Folgende Variablen werden benutzt

- $\mathbf{u}_i^t \in \{0, 1\}$ – Schaltzustand des thermischen Blockes i im Zeitintervall t ,
 \mathbf{p}_i^t – Leistungswert des thermischen Blockes i im Zeitintervall t ,
 $\mathbf{s}_j^t, \mathbf{w}_j^t$ – Turbinen- bzw. Pumpleistung des Pumpspeicherwerkes j
im Zeitintervall t .

Die Zielfunktion des Optimierungsproblems lautet

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I B_i(\mathbf{p}_i^t, \mathbf{u}_i^t) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I A_i(\mathbf{u}_i(t)).$$

Dabei bezeichnet B_i die Brennstoffkostenfunktion für den Betrieb des i -ten Blockes. Sie ist bezüglich \mathbf{p}_i^t monoton wachsend, wird oft als konvex (linear, stückweise linear, quadratisch) angesetzt. Bei genauer Betrachtung ist die Brennstoffkostenfunktion im unteren Leistungsbereich des Blockes konvex und dann konkav ([Mu]). Allerdings sind dabei die Abweichungen von einem durchgängig linearen Verlauf relativ klein. Die Anfahrkosten $A_i(\mathbf{u}_i(t)) = A_i(\mathbf{u}_i^t, \dots, \mathbf{u}_i^{t-t_{S_i}})$ des i -ten Blockes werden durch die vorausgegangene Stillstandszeit $t - t_{S_i}$ des Blockes bestimmt, hängen also sowohl vom aktuellen als auch von vorausgegangenen Schaltzuständen des Blockes ab.

Die Nebenbedingungen des Optimierungsproblems werden als lineare Gleichungen und Ungleichungen formuliert. Derselbe zulässige Bereich ist auch mittels nichtlinearer Funktionen beschreibbar. Wir haben uns für die lineare Modellierung entschieden, um - bei linearer Zielfunktion - auch Methodiken der gemischt-ganzzahligen linearen Optimierung anwenden zu können.

Die Nebenbedingungen umfassen zunächst Leistungsgrenzen für die thermischen Blöcke sowie die Turbinen und Pumpen in den PSW. Bezugsverträge werden analog zu thermischen Blöcken behandelt.

$$\begin{aligned} p_{it}^{min} \cdot \mathbf{u}_i^t &\leq \mathbf{p}_i^t \leq p_{it}^{max} \cdot \mathbf{u}_i^t, \quad i = 1, \dots, I; \quad t = 1, \dots, T, \\ 0 &\leq \mathbf{s}_j^t \leq s_{jt}^{max}, \quad j = 1, \dots, J; \quad t = 1, \dots, T, \\ 0 &\leq \mathbf{w}_j^t \leq w_{jt}^{max}, \quad j = 1, \dots, J; \quad t = 1, \dots, T. \end{aligned}$$

Die Größen p_{it}^{min} , p_{it}^{max} , s_{jt}^{max} , w_{jt}^{max} bezeichnen dabei die minimalen bzw. maximalen Leistungswerte.

Die Lastdeckung in jedem Teilintervall t des Optimierungszeitraumes führt zu den Gleichungen

$$\sum_{i=1}^I \mathbf{p}_i^t + \sum_{j=1}^J (\mathbf{s}_j^t - \mathbf{w}_j^t) = D^t, \quad t = 1, \dots, T,$$

wobei D^t den Lastwert im t -ten Zeitintervall bezeichnet.

Bei der Festlegung des Schaltregimes für die thermischen Blöcke ist in jedem Zeitintervall eine ausreichende Reserve R_t vorzusehen, damit unerwartete Lastanstiege durch einfaches Nachregeln der Blöcke bzw. der PSW abgefangen werden können:

$$\sum_{i=1}^I (\mathbf{u}_i^t p_{it}^{max} - \mathbf{p}_i^t) \geq R^t, \quad t = 1, \dots, T.$$

Über den gesamten Optimierungshorizont müssen für die Pumpspeicherwerke gewisse Bilanzen gelten, d.h. das Arbeitsvermögen der Turbinen und Pumpen ist durch die Energiemengen bestimmt, welche den Füllständen in Ober- und Unterbecken entsprechen:

$$S_j^{in} - S_j^{max} \leq \sum_{t=1}^{\tau} (\mathbf{s}_j^t - \eta_j \mathbf{w}_j^t) \leq S_j^{in}, \quad j = 1, \dots, J; \quad \tau = 1, \dots, T.$$

Hier bezeichnen S_j^{in} , S_j^{max} die Anfangs- bzw. maximale Energiemenge im Oberbecken und η_j den Wirkungsgrad des j -ten PSW. Durch die Nebenbedingungen

$$\sum_{t=1}^T (\mathbf{s}_j^t - \eta_j \mathbf{w}_j^t) = S_j^{lev}, \quad j = 1, \dots, J$$

können Zustände S_j^{lev} in den Oberbecken der PSW am Ende des Optimierungszeitraumes vorgegeben werden. Eine Nebenbedingung, die gleichzeitigen Pump- und Turbinenbetrieb in den PSW ausschließt, ist nicht notwendig, da man zeigen kann [GRS], daß dieser Effekt im optimalen Einsatzplan nicht auftritt.

Nach einer Abschaltung vom Netz muß jeder thermische Block eine Mindeststillstandszeit von τ_i Zeitintervallen einhalten, was zu folgenden Ungleichungen führt

$$\mathbf{u}_i^{t-1} - \mathbf{u}_i^t \leq 1 - \mathbf{u}_i^l, \quad l = t + 1, \dots, t + \tau_i - 1; \quad i = 1, \dots, I; \\ t = 2, \dots, T - \tau_i + 1.$$

Für die dabei nicht aufgeführten Intervalle $t > T - \tau_i + 1$ am Ende des Zeithorizontes sind die Ungleichungen entsprechend zu modifizieren.

3 Primale Lösungsverfahren

In diesem Abschnitt berichten wir über erste Testrechnungen mit dem obigen Blockauswahlmodell, die auf primalen Lösungszugängen beruhen.

Das für diese Rechnungen genutzte Datenmaterial spiegelt zukünftig mögliche Erzeugerstrukturen und Lastszenarien im Verbund der VEAG wider. Die Daten werden zunächst in eine dem Lösungsverfahren entsprechende Datenbank eingelesen und dabei auf syntaktische Richtigkeit überprüft.

Zweck der ersten Testrechnungen ist die Validierung des Blockauswahlmodells aus Abschnitt 2 mit realen Daten. Dazu wurde auf einen robusten Löser für gemischt-ganzzahlige lineare Programme aus der CPLEX Callable Library (Version Mach) [C] zurückgegriffen. Dabei handelt es sich um eine Implementierung der klassischen Branch-and-Bound Methode: Es wird ein Baum aufgebaut, dessen Knoten Unterproblemen entsprechen, in denen Entscheidungsvariablen für Schaltzustände der thermischen Blöcke entweder auf 0 oder auf 1 fixiert sind. Jedes Unterproblem ist ein lineares Programm. Besitzt dessen Lösung gebrochen-rationale Komponenten \mathbf{u}_i^t ($i \in \{1, \dots, I\}$, $t \in \{1, \dots, T\}$), so wird eine dieser Komponenten ausgewählt und der Baum weiter verzweigt, indem die Komponente einmal auf 0 und einmal auf 1 gesetzt wird. Lösungen mit ausschließlich ganzzahligen Komponenten \mathbf{u}_i^t sind zulässige Punkte für das Blockauswahlproblem und liefern obere Schranken für dessen Optimalwert. Das Minimum der Optimalwerte aller Unterprobleme an noch nicht weiter verzweigten Knoten im jeweils aktuellen Verzweigungsbaum ist eine untere Schranke für den Optimalwert des Blockauswahlproblems. Ist an einem Knoten der Optimalwert größer als der Zielfunktionswert der besten bekannten zulässigen Lösung des Blockauswahlproblems, so können Verzweigungen an diesem Knoten nicht mehr zu besseren zulässigen Punkten führen, und der Knoten wird nicht weiter betrachtet ("abgeschnitten"). Gleiches gilt für Knoten, an denen der Restriktionsbereich des Unterproblems leer ist. Knoten, an denen die Lösung des zugehörigen Unterproblems ausschließlich ganzzahlige Komponenten \mathbf{u}_i^t aufweist, brauchen ebenfalls nicht weiter verzweigt werden. Das Verfahren bricht ab, falls obere und untere Schranke des Optimalwertes des Blockauswahlproblems zusammen- bzw. unter eine vorgegebene Toleranz fallen oder falls keine weiteren Verzweigungen mehr möglich sind.

Die Testrechnungen zeigten, daß das Blockauswahlmodell aus Abschnitt 2 prinzipiell mit primalen Lösungstechniken erfolgreich behandelbar ist. Ausgehend vom Datenmaterial der VEAG zielen gegenwärtige Untersuchungen auf die Entwicklung angepaßter Verzweigungsstrategien und die Erweiterung der Methodik in Richtung eines Branch-and-Cut Verfahrens [JRT]. Dabei werden interaktiv weitere Ungleichungen in das Modell aufgenommen, die aus der Geometrie des Restriktionsbereiches abgeleitet sind (Halbräume, welche die konvexe Hülle des zulässigen Bereiches enthalten) [RW]. Aus Anwendersicht sollen diese Aktivitäten zu Punkten mit verbesserter Gütegarantie und zur Senkung der Rechenzeit führen.

Die obigen Modellrechnungen wurden mit linearen Approximationen der Brennstoffkostenfunktion durchgeführt. Stückweise lineare Funktionen liefern genauere Näherungen für die Brennstoffkosten. Auch dann läßt sich das Blockauswahlproblem als gemischt-ganzzahliges lineares Programm modellieren und mit der verwendeten Software prinzipiell behandeln. Solche Untersuchungen finden sich in [Mu], wo auch über erste Testrechnungen für Lastverteilungsprobleme im Tagesbereich bei nichtkonvexer stückweise linearer Brennstoffkostenfunktion berichtet wird.

Details der Testrechnungen zur Blockauswahl sind in den Tabellen 1-3 und in Abbildung 1 dargestellt. Es wurden drei Kraftwerksparks zugrundegelegt: Park 1 mit 16 kohlebefeuerten Kraftwerksblöcken, 7 Gasturbinen und 6 Pumpspeicherwerken; Park 2 mit einem zusätzlichen Pumpspeicherwerk sowie Park 3 mit weiteren zwei Kohleblöcken. Die Lastszenarien entsprechen einer Schwachlastwoche im August, einer Normallastwoche im Oktober, einer Höchstlastwoche im Dezember und einer Feiertagswoche im Mai mit Feiertag am Donnerstag. Als Optimierungszeiträume wurden 2, 4, 6 bzw. 8 aufeinanderfolgende Tage mit einer Diskretisierung in Stundenintervalle betrachtet.

Die Gütegarantie errechnet sich aus der Differenz von oberer und unterer Schranke für den Optimalwert des Blockauswahlproblems im Verhältnis zur unteren Schranke des Optimalwertes. Es sei herausgestellt, daß, abgesehen von Park 2 in der Höchstlastwoche, Gütegarantien im Promillebereich erzielt werden konnten.

Die zugrundegelegten Kraftwerksparks enthielten 8 (Park 1 und 2) bzw. 10 (Park 3) kohlebefeuerte Neubaublöcke. In allen Lastszenarien waren diese Blöcke im besten ermittelten Punkt jeweils durchweg am Netz ($u_i^t = 1$ für alle t). Daher wurden zwei Modellvarianten gerechnet, einmal mit freien (Modell 1) und einmal mit für diese Blöcke auf 1 fixierten Schaltzuständen (Modell 2). Das Symbol \emptyset soll verdeutlichen, daß in der Höchstlastwoche für den Park 1 kein zulässiger Einsatzplan existiert.

Die CPU-Zeiten beziehen sich auf eine SUN SPARCstation 20,501.

Variante	Güte		CPU-Zeit		
	Modell 1	Modell 2	Modell 1	Modell 2	
Schwachlast	Park 1	1.6	5.4	44:18	24:48
	Park 2	1.6	2.0	50:36	35:32
	Park 3	2.1	0.7	61:02	36:59
Normallast	Park 1	0.5	0.8	34:50	19:58
	Park 2	0.4	0.5	35:01	22:10
	Park 3	5.3	1.7	109:02	43:23
Höchstlast	Park 1	∅	∅	7:05	4:35
	Park 2	32.5	54.4	24:47	14:59
	Park 3	2.7	1.2	107:05	34:06
Feiertag	Park 1	2.6	4.0	47:04	33:34
	Park 2	3.3	5.2	61:17	40:58
	Park 3	2.4	2.4	78:53	42:43

Tabelle 1. Gütegarantie der Lösung in Promille und CPU-Zeit in Minuten

Variante	Modell	2 Tage	4 Tage	6 Tage	8 Tage
Park 1	1	2:25	10:04	32:03	47:04
	2	1:35	8:50	18:02	33:34
Park 2	1	2:09	20:12	28:14	61:17
	2	1:16	10:36	16:44	40:58
Park 3	1	2:16	14:58	41:38	78:53
	2	1:06	8:12	20:04	42:43

Tabelle 2. CPU-Zeit in Minuten für verschiedene Zeithorizonte

Park	Horizont	# Zeitintervalle	# Variablen	# binäre Var.	# Nebenbed.
Park 1	2 Tage	48	3865	1104	3673
	4 Tage	96	7753	2208	7369
	6 Tage	144	11641	3312	11065
	8 Tage	192	15529	4508	14761
Park 2	2 Tage	48	3961	1104	3625
	4 Tage	96	7945	2208	7273
	6 Tage	144	11929	3312	10921
	8 Tage	192	15913	4508	14569
Park 3	2 Tage	48	4247	1200	4007
	4 Tage	96	8519	2400	8039
	6 Tage	144	12793	3600	12071
	8 Tage	192	17065	4800	16103

Tabelle 3. Größe der Modelle

Abbildung 1 zeigt die Anteile von thermischer Erzeugung sowie Turbinen- und Pumpbetrieb in den PSW für das Testergebnis bezüglich des Kraftwerksarkes 2 in der Schwachlastwoche (Gütegarantie 1.6 Promille). Die durchgezogene Linie entspricht der thermischen Erzeugung, die unterbrochene Linie der zu deckenden Last. Liegt die zu deckende Last über der thermischen Erzeugung, so wird die Differenz durch Turbinenbetrieb in den PSW ausgeglichen. Ist die zu deckende Last kleiner als die thermische Erzeugung, so wird der Überschuß zum Pumpen in den PSW benutzt.

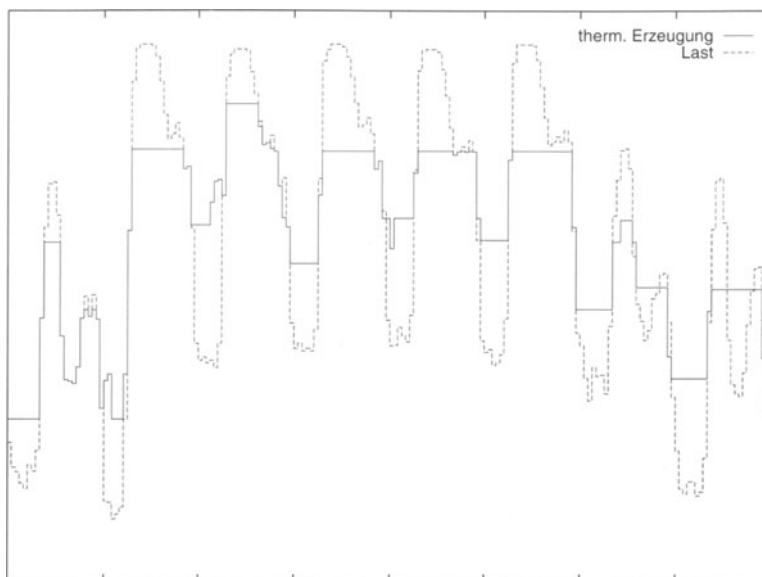


Abb. 1. Einsatzplan für Park 2 in Schwachlastwoche

4 Duale Lösungsverfahren

Seit etwa 15 Jahren wird in der Literatur ein dualer Lösungszugang für das Problem der optimalen Blockauswahl mittels Lagrange-Relaxation der Lastdeckungs- und Reserverestringtionen vorgeschlagen (vgl. [SF]). Dieser Zugang wird insbesondere für große Kraftwerkssysteme und lange Optimierungszeiträume favorisiert, da dann die (relative) Dualitätslücke aus theoretischen Gründen klein ist [BLS], was auch experimentell bestätigt wurde. Im folgenden wird eine neue Variante dieses dualen Zugangs beschrieben, die insbesondere neuere Implementierungen von Bündelverfahren (im Unterschied zu den häufig in der Literatur eingesetzten Subgradienten-Verfahren) zur iterativen Maximierung der dualen nichtglatten konkaven Funktion verwendet. Um diesen Zugang genauer zu beschreiben, führen wir Multiplikatoren $\lambda, \mu \in \mathbb{R}^T$ für die beiden oben genannten Restriktionen (die Erzeuger-einheiten verbinden) ein und betrachten die Lagrange-Funktion

$$\begin{aligned}
L(\mathbf{p}, \mathbf{u}, \mathbf{s}, \mathbf{w}; \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) := & \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I [B_i(\mathbf{p}_i^t, \mathbf{u}_i^t) + A_i(\mathbf{u}_i(t))] \\
& + \sum_{t=1}^T \boldsymbol{\lambda}^t \left[D^t - \sum_{i=1}^I \mathbf{p}_i^t - \sum_{j=1}^J (\mathbf{s}_j^t - \mathbf{w}_j^t) \right] \\
& + \sum_{t=1}^T \boldsymbol{\mu}^t \left[R^t + D^t - \sum_{i=1}^I \mathbf{u}_i^t P_{it}^{max} - \sum_{j=1}^J (\mathbf{s}_j^t - \mathbf{w}_j^t) \right]
\end{aligned}$$

sowie die duale Funktion d , die aus der Lagrange-Funktion durch Minimierung bzgl. der Variablen $(\mathbf{p}, \mathbf{u}, \mathbf{s}, \mathbf{w})$ unter Einhaltung aller anderen Restriktionen (Leistungsgrenzen, Wasserbilanzen, Füllstände) entsteht,

$$\begin{aligned}
d(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) := & \min \{ L(\mathbf{p}, \mathbf{u}, \mathbf{s}, \mathbf{w}; \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) \mid \\
& (\mathbf{p}, \mathbf{u}, \mathbf{s}, \mathbf{w}) \text{ erfüllt die eben genannten Restriktionen} \}.
\end{aligned}$$

Da diese Restriktionen nur die einzelnen Einheiten betreffen, entsteht eine Separabilitätsstruktur für d bzgl. der Erzeugereinheiten:

$$d(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = \sum_{i=1}^I d_i(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) + \sum_{j=1}^J \hat{d}_j(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) + \sum_{t=1}^T [\boldsymbol{\lambda}^t D^t + \boldsymbol{\mu}^t (R^t + D^t)]$$

wobei

$$d_i(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) := \min_{\mathbf{u}_i} \left\{ \sum_{t=1}^T [\min_{\mathbf{p}_i^t} \{ B_i(\mathbf{p}_i^t, \mathbf{u}_i^t) - \boldsymbol{\lambda}^t \mathbf{p}_i^t \} + A_i(\mathbf{u}_i(t)) - \boldsymbol{\mu}^t \mathbf{u}_i^t P_{it}^{max}] \right\}$$

$$\hat{d}_j(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) := \min \left\{ \sum_{t=1}^T (\boldsymbol{\lambda}^t + \boldsymbol{\mu}^t) (\mathbf{w}_j^t - \mathbf{s}_j^t) \right\}$$

$(\mathbf{s}_j, \mathbf{w}_j)$ erfüllt die Wasserbilanzen und Füllstände der PSW j .

Zur Berechnung der d_i (bei gegebenen $\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}$) kann dabei die "innere" Minimierung bzgl. \mathbf{p}_i^t in den meisten Fällen explizit (bzw. mit dem geringen Aufwand einer eindimensionalen Optimierung) erfolgen und die "äußere" Minimierung bzgl. \mathbf{u}_i wird mittels dynamischer Optimierung realisiert. Die Berechnung der \hat{d}_j erfordert die Lösung linearer Optimierungsprobleme der Dimension $2T$. Auf Grund der speziellen Struktur von d ist auch die Berechnung von Subgradienten in einfacher Weise möglich.

Zur numerischen Lösung des dualen nichtglatten Optimierungsproblems

$$\max \{ d(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) \mid (\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) \in \mathbb{R}^T \times \mathbb{R}_+^T \}$$

wird in der gegenwärtigen Implementierung ein BT-Verfahren (bundle trust methods) nach [SZ] eingesetzt. In diesem Verfahren wird eine Aufstiegsrichtung als Lösung eines quadratischen Optimierungsproblems auf der Grundlage eines "Bündels" von Subgradienten- und Funktionswert- Informationen an Iterations- und Hilfspunkten berechnet. Die zugehörige Theorie liefert geeignete Abbruchkriterien und auch eine endliche Konvergenzaussage für den Fall stückweise linearer Zielfunktionen (die insbesondere für lineare bzw. stückweise lineare konvexe Brennstoffkosten B_i relevant ist).

Der Gesamtalgorithmus [Mo, MR] beginnt mit der Berechnung einer Startlösung für die Multiplikatoren (λ, μ) . Hierzu wird zunächst unter Vernachlässigung von Restriktionen, die sich auf mehrere Zeitintervalle beziehen, eine Fahrweise für die thermischen Einheiten mit einem Prioritätenlistenzugang festgelegt. Anschließend wird geprüft, ob durch den Einsatz von Pumpspeicherwerken eine kostengünstigere Fahrweise erreicht werden kann. Schließlich nutzt man die Interpretation der Lagrangemultiplikatoren als Schattenkosten, um diese zu initialisieren. Dann beginnt die iterative Lösung des dualen Problems mittels BT-Verfahren. Für jede Funktionswert- und Subgradientenberechnung werden die aus der Dekomposition erhaltenen I Teilprobleme für die thermischen Kraftwerke mittels dynamischer Optimierung und die J Teilprobleme für die Pumpspeicherwerke mit einem Transportalgorithmus [N] gelöst. Nach erfolgtem Abbruch schließt sich zunächst die Suche nach einer zulässigen Lösung (p, u, s, w) an, die neben den individuellen Restriktionen für jeden Erzeuger auch die Reserve-Restriktionen erfüllt. Das Verfahren hierfür geht im wesentlichen auf [ZG] zurück und wurde in Hinblick auf die Einbeziehung von Pumpspeicherwerken erweitert. Die Idee besteht darin, für das jeweilige Intervall t , in dem die Reservebedingung am meisten verletzt ist, den Zuwachs für den Multiplikator μ^t zu bestimmen, der gerade erforderlich ist, um eine weitere thermische Einheit zuzuschalten. Anschließend prüft man, ob die Reservebedingung für den geänderten Multiplikator bereits durch die Pumpspeicherwerke erfüllt werden kann. Ist dies der Fall, so wird untersucht, ob ein kleinerer Zuwachs ausreicht, um die Reservebedingung mit den Pumpspeicherwerken zu erfüllen, um zu vermeiden, daß die betreffende thermische Einheit während des Iterationsprozesses zusätzlich zugeschaltet wird. Anderenfalls bestimmt man den Zuwachs, der erforderlich ist, um noch eine weitere Einheit zuzuschalten und fährt so lange fort, bis die Reservebedingung in allen Intervallen erfüllt ist. Abschließend werden die Variablen (p, s, w) bei fixierten Schaltzuständen u so bestimmt, daß das System kostenoptimal arbeitet und alle Restriktionen eingehalten werden (economic dispatch).

Ein Programm für den Algorithmus befindet sich in Entwicklung. Eine frühere Version für rein thermische Systeme und quadratische Brennstoffkosten ist bisher an zufällig erzeugten Problemen verschiedener Größe getestet worden. Die Tabelle zeigt Resultate für thermische Systeme mit 50 bzw. 100 Einheiten, bei denen auch der Warmhaltezustand (neben der on/off - Entscheidung) in die diskreten Entscheidungen einbezogen wurde.

T	I	# binäre Variablen	# stetige Variablen	relativer BT-Abbruchparameter	# BT-Iterationen	relative Dualitätslücke	CPU-Zeit*
168	50	12600	8400	1D-3	3	0.08 %	1:20 min
168	50	12600	8400	1D-4	25	0.04 %	17:07 min
168	50	12600	8400	1D-5	50	0.05 %	34:12 min
168	100	25200	16800	1D-3	3	0.09 %	2:48 min
168	100	25200	16800	1D-4	13	0.01 %	9:13 min
168	100	25200	16800	1D-5	53	0.01 %	38:57 min

* auf HP apollo 715/50

Tabelle 4. Modellgröße, Gütegarantie und CPU-Zeit für zufällig erzeugte thermische Kraftwerkssysteme

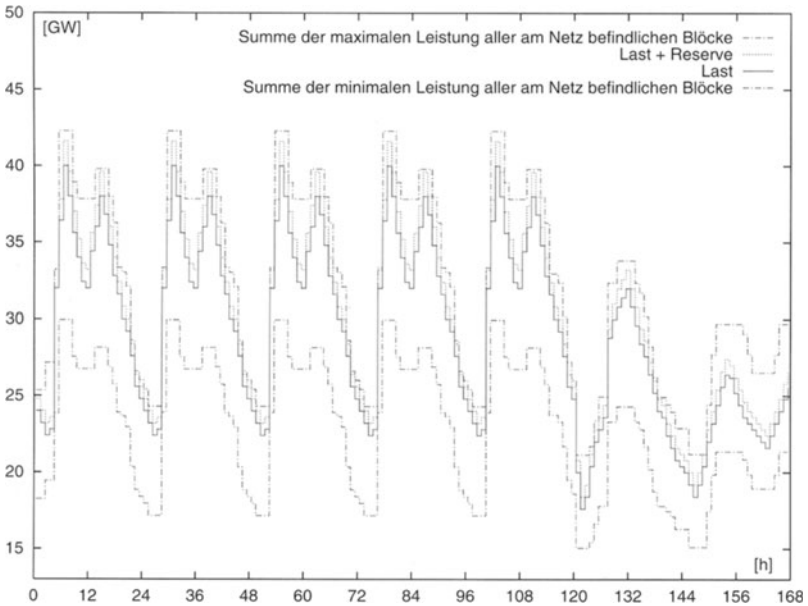


Abb. 2. Ergebnisse eines zufällig erzeugtes Blockauswahlproblems für eine Woche und 100 thermische Einheiten

Die Resultate zeigen, daß das Verfahren in der Lage ist, thermische Kraftwerkssysteme, die zu den größten in der Literatur behandelten gehören, zuverlässig und in angemessener Zeit zu optimieren.

Literatur

[AIS] Aoki, K.; Itoh, M.; Satoh, T.; Nara, K.; Kanezashi, M.: Optimal Long-Term Unit Commitment in Large Scale Systems Including Fuel Constrained Thermal and Pumped-Storage Hydro. IEEE Transactions on Power Systems 4 (1989), 1065 – 1073.

- [BLS] Bertsekas, D.P.; Lauer, G.S.; Sandell, N.R.; Posbergh, T.A.: Optimal Short-Term Scheduling of Large-Scale Power Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-28(1983), 1–11.
- [C] Using the CPLEX Callable Library, CPLEX Optimization, Inc. 1994.
- [DEK] Dillon, T.S.; Edwin, K.W.; Kochs, H.-D.; Taud, R.J.: Integer Programming Approach to the Problem of Optimal Unit Commitment with Probabilistic Reserve Determination. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* 97 (1978), 2154 – 2166.
- [GRS] Guddat, J.; Römisch, W.; Schultz, R.: Some Applications of Mathematical Programming Techniques in Optimal Power Dispatch. *Computing* 49(1992), 193–200.
- [HHL] Handke, J.; Handschin, E.; Linke, K.; Sanders, H.-H.: Coordination of Long- and Short-Term Generation Planning in Thermal Power Systems. *IEEE Transactions on Power Systems* 10 (1995), 803 – 809.
- [JRT] Jünger, M.; Reinelt, G.; Thienel, S.: Practical Problem Solving with Cutting Plane Algorithms in Combinatorial Optimization, in: Cook, W.; Lovasz, L.; Seymour, P. (Hrsg.) *DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, Vol. 20, 1995, 111–152.
- [LPR] Lemaréchal, C.; Pellegrino, F.; Renaud, A.; Sagastizábal, C.: Bundle Methods Applied to the Unit Commitment Problem. *Proceedings of the 17th IFIP-Conference on System Modelling and Optimization*, Prague, July 10 – 14, 1995. (erscheint)
- [Mo] Möller, A.: Über die Lösung des Blockauswahlproblems mittels Lagrange-scher Relaxation. Diplomarbeit, Humboldt-Universität Berlin, Institut für Mathematik, 1994.
- [MR] Möller, A.; Römisch, W.: A Dual Method for the Unit Commitment Problem, Humboldt-Universität Berlin, Institut für Mathematik, Preprint Nr. 95-1, 1995.
- [Mu] Müller, D.: Minimierung stückweise linearer Zielfunktionen mit Anwendung in der elektrischen Lastverteilung, Diplomarbeit, Humboldt-Universität Berlin, Institut für Mathematik, 1995.
- [N] Nowak, M.: Ein Lösungsverfahren für mehrstufige lineare Optimierungsprobleme mit beschränkten Variablen, Gleichungsnebenbedingungen und einer stochastischen Zielfunktion. Diplomarbeit, Humboldt-Universität Berlin, Institut für Mathematik, 1996.
- [RW] van Roy, T.; Wolsey, L.A.: Valid Inequalities for Mixed 0-1 Programs, *Discrete Applied Mathematics* 14 (1986), 199–213.
- [SZ] Schramm, H.; Zowe, J.: A Version of the Bundle Idea for Minimizing a Nonsmooth Function: Conceptual Idea, Convergence Analysis, Numerical Results. *SIAM Journal on Optimization* 2(1992), 121–152.
- [SF] Sheble, G.B.; Fahd, G.N.: Unit Commitment Literature Synopsis. *IEEE Transactions on Power Systems* 9(1994), 128–135.
- [TBL] Takriti, S.; Birge, J.R.; Long, E.: A Stochastic Model for the Unit Commitment Problem. *IEEE Transactions on Power Systems*. (erscheint)
- [ZG] Zhuang, F.; Galiana, F.D.: Towards a More Rigorous and Practical Unit Commitment by Lagrangian Relaxation. *IEEE Transactions on Power Systems* 3(1988), 763–773.