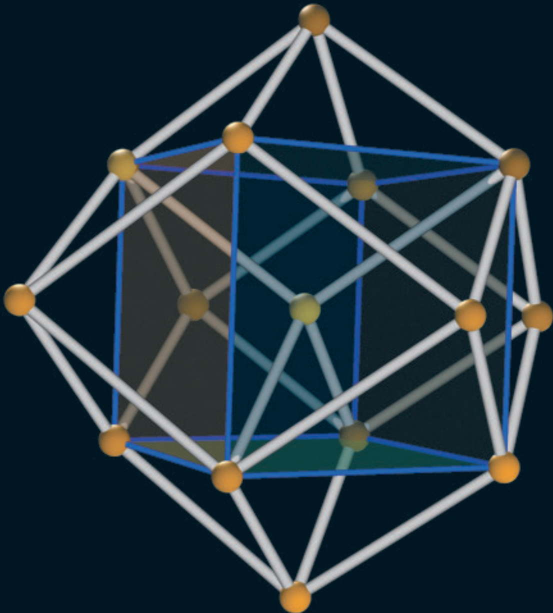
10. Berliner Tag der MATHEMATIK

4. JUNI 2005, HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN

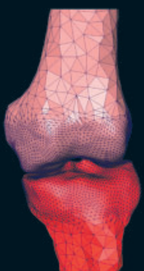


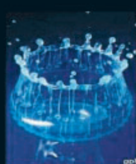
MATHEMATISCHER SCHÜLERWETTBEWERB

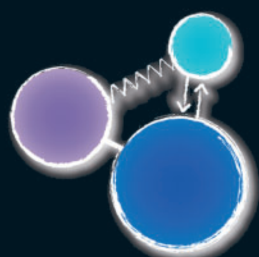
DER KLASSENSTUFEN
7/8, 9/10 UND 11-13

VORTRÄGE UND PRÄSENTATIONEN

RUND UM DIE MATHEMATIK
INFORMATIONEN ZUM
MATHESTUDIUM IN BERLIN







INFOS: WWW.MATHEMATIK.HU-BERLIN.DE/TDM

Eine **Formelsammlung** für alle

Formeln • Tabellen • Daten

Alle wichtigen Formeln und Tabellen für die Fächer

- **Mathematik**
- **Physik**
- **Astronomie**
- **Chemie**
- **Biologie**
- **Informatik**

unter **www.tafelwerk.de** interaktiv

Die beiliegende **CD-ROM**:

- bietet den kompletten Buchinhalt mit übersichtlicher **Suchfunktion**
- veranschaulicht in fast **2000 interaktiven Beispielen** den praktischen Umgang mit Formeln
- liefert **zwei- und dreidimensionale** grafische **Darstellungen**
- illustriert geometrische Zusammenhänge durch **geometrische Figuren**, mit denen dynamisch experimentiert werden kann
- verfügt über ein ausführliches **digitales Periodensystem**

nur 9,95 €

ISBN:
3-89818-700-4

Liebe Schülerinnen und Schüler,
liebe Lehrerinnen, Lehrer und Eltern,

die mathematischen Institute der drei Berliner Universitäten und der Technischen Fachhochschule, das Konrad–Zuse–Zentrum für Informationstechnik Berlin sowie das Karl–Weierstraß–Institut für Angewandte Analysis und Stochastik laden recht herzlich zum **10. Berliner Tag der Mathematik** am

Samstag, den 4. Juni 2005

ein. Er findet in diesem Jahr an der Humboldt–Universität zu Berlin auf dem Campus in Berlin-Adlershof statt. Der Senator für Schule, Jugend und Sport, Herr Klaus Böger, hat die Schirmherrschaft übernommen.

Der Wettbewerb wird in den Räumen der WISTA–Management GmbH, Rudower Chaussee 17, die diese uns freundlicherweise mietfrei zur Verfügung stellt, sowie im Schrödinger–Zentrum, Rudower Chaussee 26, durchgeführt. Die Siegerehrung beginnt um 16:30 Uhr im Bunsensaal des WISTA–Gebäudes. Die attraktiven Preise für die Sieger der Wettbewerbe in allen drei Altersstufen verdanken wir den großzügigen Spenden der folgenden Sponsoren:

- Siemens AG,
- Rotary–Club Berlin Schloss Köpenick,
- Königlich Norwegische Botschaft Berlin,
- Bertha–von–Suttner–Oberschule,
- Weierstrass–Institut für Angewandte Analysis und Stochastik,
- Konrad–Zuse–Zentrum für Informationstechnik Berlin.

Mit der vorliegenden Broschüre, die mit der freundlichen Unterstützung des Duden Paetec Schulbuchverlages gedruckt wurde, möchten wir Sie über den Verlauf, Inhalt und Organisation dieses Tages vertraut machen und vielleicht Ihre Neugier wecken. Diese und weitere Informationen finden Sie auch auf unserer Internetseite

`http://www.mathematik.hu-berlin.de/tdm.`

In der Broschüre haben wir einen Orientierungsplan für den Campus Adlershof abgedruckt.

Am Nachmittag gibt es ein vielseitiges Programm von Vorträgen und Präsentationen. Wir hoffen, dass für jeden Geschmack etwas dabei ist und wir mit diesem Heft Ihre Neugier wecken können. Wir alle freuen uns darauf, Sie am 4. Juni 2005 hier in Adlershof begrüßen zu können.

Bis dann!

Kontakt:

Tel.: (030) 2093 1814/ (030) 2093 2336

Fax: (030) 2093 2238

email: tdm@mathematik.hu-berlin.de

Anschrift:
Tag der Mathematik
Institut für Mathematik
Mathematisch–Naturwissenschaftliche Fakultät II
Humboldt–Universität zu Berlin
10099 Berlin

Die Organisatoren das 10. Tages der Mathematik

- Bertha–von–Suttner Oberschule
- Humboldt–Universität zu Berlin
- Technische Universität Berlin
- Technische Fachhochschule Berlin
- Freie Universität Berlin
- Karl–Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik
- Konrad–Zuse–Institut für Informationstechnik Berlin

Ablauf des 10. Tages der Mathematik

Der Schülerwettbewerb

Von 9 bis 12 Uhr findet der Mannschaftswettbewerb in den Stufen 7./8., 9./10. und 11.-13. Klasse statt. Eine Mannschaft besteht aus 3 bis 5 Schülern einer Alterstufe. Die Klausur der Klassenstufe 7./8. findet im Schrödinger–Zentrum, Rudower Chaussee 26, statt. Die Klausuren der anderen Klassenstufen werden in den Räumen der WISTA–Management GmbH, Rudower Chaussee 17 geschrieben. Einlass und Platzzuweisung für die Teams ist bereits ab 8.30 Uhr. Da die Mannschaften auf verschiedene Räume verteilt werden müssen und bei zu erwartenden ca. 1000 Schülern mit etwas Andrang zu rechnen ist, empfehlen wir allen, davon Gebrauch zu machen.

Die folgenden drei Regeln sind unbedingt zu beachten:

- Es müssen sich Teams von drei bis fünf Schülern anmelden, die *alle* die Klassen 7/8, 9/10 oder 11/12/13 besuchen.
- Kein Schüler darf in mehr als einem Team sein.
- Die Anmeldung läuft nun bis zum 28. Mai!

Die Anmeldung erfolgt elektronisch über die Internetseite:

`http://www.mathematik.hu-berlin.de/tdm`

.

Wenn Sie Fragen hierzu haben, wenden Sie sich bitte an eine der angegebenen Adressen!

Für die besten Mannschaften werden in jeder der drei Altersgruppen attraktive Geld– und Bücherpreise ausgesetzt.

Kleiner Abel–Preis

Die Königlich Norwegische Botschaft Berlin stiftet wieder den "Kleinen Nils–Hendrik–Abel–Preis" für das Siegerteam der 9./10. Klasse. Leider ist es aufgrund der ungünstigen zeitlichen Konstellation dieses Jahr nicht möglich, dass das Siegerteam der 11.-13. Klasse zur Verleihung des "großen" Abel–Preises nach Oslo fahren wird. Dieser wird seit 3 Jahren jährlich durch den norwegischen König an einen Mathematiker verliehen. Stellenwert und Prestige dieses Preises stehen den Nobelpreisen in nichts nach. Auf den letzten Seiten dieses Heftes findet sich ein Reisebericht der Siegermannschaft vom letzten Jahr.

Computerkabinett und Bibliothek

Ein Computerkabinett wird im Johannn von Neumann–Haus (Rudower Chaussee 25) Haus 2, in der 2. Etage zur Verfügung stehen. Ab 10 Uhr kann dort gesurft oder mit Mathematiksoftware experimentiert werden. Vormittags ist eine Präsentation mit einer neuartigen elektronischen Tafel für Lehrer geplant.

Die neue Zentralbibliothek Naturwissenschaften (im Erwin Schrödinger–Zentrum, Rudower Chaussee 26) hat von 11 bis 18 Uhr geöffnet und kann von allen Interessierten besichtigt und genutzt werden. Bitte beachten Sie, dass Sie Taschen und Garderobe nicht in die Bibliothek hineinnehmen dürfen. Für die Schließfächer der Garderobe benötigen Sie eine 1– oder 2–Euro–Münze.

Imbiss

In einer kleinen Mittagspause können Tagessuppen, belegte Brötchen und kleine Erfrischungen im Lavazza–Cafe "Kamee" im Neumann–Haus und in Tim's Deli im Schrödinger–Zentrum erworben werden.

Vorträge für Schüler

Von 13 bis 16 Uhr finden verschiedene interessante Vorträge und Präsentationen im Erwin Schrödinger–Zentrum, Rudower Chaussee 26, statt. Sie können beispielsweise erfahren, was für Mathematik im fußballspielenden Roboter steckt. Oder Sie "schnuppern" einmal in einen kleinen Kurs über die Mathematik von Börsenkursen rein. Vielleicht fragen Sie sich auch, was denn die großen offenen Vermutungen sind, mit denen sich Mathematiker heute beschäftigen oder haben einfach Spaß an mathematischen Kuriositäten oder Rätseln.

Der folgende Zeitplan ist vorläufig. Bitte informieren Sie sich vor Ort über eventuelle Änderungen der Zeit oder des Ortes. Die Gruppierung der Vorträge erfolgte nach thematischen Gesichtspunkten; die zeitliche Anordnung soll ermöglichen, dass für jede Altersgruppe etwas dabei ist. Die gruppierten Vorträge werden jeweils im selben Raum stattfinden. Die Angabe "Klasse xx" bedeutet, dass Schüler ab dieser Klassenstufe genügend Vorkenntnisse besitzen, um dem mathematischen Inhalt folgen zu können und nicht, dass es für ältere Schüler uninteressant ist. Sie dient zur Orientierung; selbstverständlich ist jeder Vortrag offen für alle, auch jüngere Teilnehmer. Von 13 bis 14 Uhr findet die Ehrung der Sieger des vom MATHEON ausgelobten Gruppenwettbewerbs "Schüler lernen von Schülern" 2005 statt, in der diese auch ihr Projekt vorstellen werden.

Es wird die Möglichkeit geben, sich von 14 bis 16 Uhr im Schrödinger–Zentrum über das Mathematik–Studium in Berlin zu informieren. Sie sind natürlich auch alle herzlich eingeladen, die Akteure des Tages (Hochschullehrer, Mitarbeiter und Doktoranden) zu allen Sie interessierenden Themen zu befragen.

Schrödinger	13.00-13.30	13.45-14.15	14.30-15.00	15.15-15.45
Hörsaal 0'313	Stephan Klasse 9	Naumann Klasse 11	Kramer Klasse 11	Fachschaft Klasse 7
Hörsaal 0'115	Jüngel Klasse 7	Boehm Klasse 11	Pries Klasse 9	Reinhardt Klasse 7
Hörsaal 0'110	Sander Klasse 10	Borndörfer Klasse 9	Sprekels Klasse 11	Daume Klasse 10
Hörsaal 0'310	Kortenkamp Klasse 9	Lehmann Klasse 7	Lamour Klasse 8	Izmestiev Klasse 10
Hörsaal 0'307	Weber, siehe Zusammenfassung Klasse 10			
Hörsaal 0'311	MATHEON-Wettbewerb		Mathestudium in Berlin	

Vorträge für Lehrer

Am Vormittag finden drei Vorträge für Lehrer im Johannn von Neumann–Haus (Rudower Chaussee 25), im Haus 3, Raum 3.001 statt – natürlich ist wieder jeder Hörer willkommen:

von Neumann	10.00-10.30	10.45-11.45	11.30-12.00
Hörsaal 3.001	Schwenk	Daume	Unterreiter

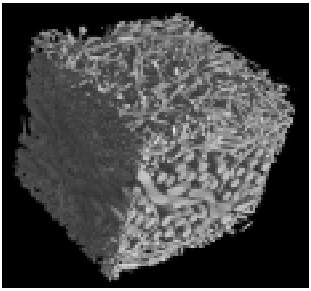
Das Hauptanliegen dieses Programmheftes ist es, Ihnen bei der Auswahl zu helfen. Dafür finden Sie auf den verbleibenden Seiten die Zusammenfassungen der Autoren in alphabetischer Reihenfolge der Autoren, wobei die Vorträge für Lehrer am Schluss aufgelistet sind. Bei Redaktionsschluss lag leider noch kein Titel der Präsentation der Fachschaft der Studenten der Mathematik der Humboldt–Universität vor.

Ab 11. Klasse

Vortragender: Prof. Dr. Martin Böhm, TFH-Berlin

Titel: Was ist Bildverarbeitung und wofür braucht man sie heute?

Der erste Teil des Vortrags beschäftigt sich mit den Grundlagen der Bildverarbeitung. Hier werden einfache Werkzeuge wie Transformationen, Glättungen oder Kantenerkennungen aber auch Methoden der Datenkompression an Bildern demonstriert.
Im zweiten Teil des Vortrags wird darauf eingegangen, wieso die Bildverarbeitung in der Praxis immer wichtiger wird. So liefert sie etwa Antworten auf folgende Fragen: Wer sortiert heute unsere Briefe? Wieso haben Neuwagen oder neue Kugelschreiber keine Kratzer, weißes Papier keine dunklen Punkte? Warum sind Abgasfilter oder Gore-Tex-Jacken so wie sie sind? Wozu sind Panoramabilder notwendig? Welchen Beitrag die Bildverarbeitung zur Beantwortung dieser Fragen liefert, wird durch eine Vielzahl von Beispielen dargelegt. Somit ist die Bildverarbeitung in der Qualitätssicherung, in der Automatisierung, in der Überwachungstechnik oder auch in der Entwicklung neuer Materialien zu einer nicht mehr wegzudenkenden Hilfe geworden.
Es gibt aber auch Grenzen der Bildverarbeitung, an denen derzeit intensiv geforscht wird. So gibt es heute noch kein 100%-iges Gesichtserkennungsverfahren, keine stabile Bildsuchmaschine aber auch noch kein Verfahren, das alle Handschriften erkennt. Wo die Schwierigkeiten zur Lösung dieser Probleme liegen, wird ebenfalls anhand von Beispielen illustriert.

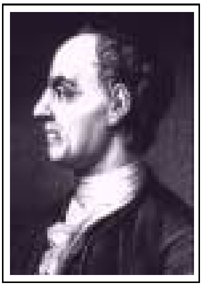


Der schnellste Weg zum Ziel — Mathematik in Transport und Verkehr

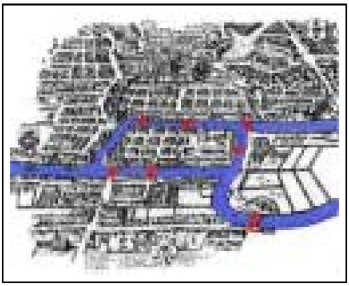
Dr. Ralf Borndörfer

Zuse-Institut Berlin, Takustr. 7, 14195 Berlin, borndoerfer@zib.de

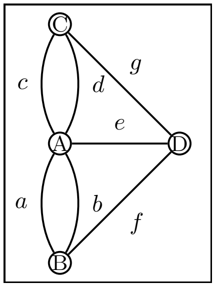
Kann man einen Spaziergang über die sieben Brücken von Königsberg machen, ohne eine zweimal zu benutzen? Was ist die kürzeste Rundreise durch alle Städte Deutschlands? Was ist der schnellste Weg von Arth nach Küßnacht? Diese Probleme, das Königsberger Brückenproblem, das Problem des Handlungsreisenden und das Kürzeste-Wege-Problem, sind vermutlich die ältesten und berühmtesten Probleme der Berechnung von Wegen und zugleich die Prototypen unzähliger realer Wegeprobleme vom Straßennetz bis zum Internet.



L. Euler



Königsberg 1736



Graph

Diese Fragen haben zur Erfindung einer besonderen Art von Mathematik geführt. Wieso sind manche Wegeprobleme schwierig und andere nicht? Wie löst man die leichten, wie die schwierigen? Wie plant man mehrere Wege auf einmal? All dies und noch verschiedenes mehr erklärt dieser Vortrag auf einer vergnüglichen Tour durch die Mathematik der Wege!

MATHEMATIKUND VERSICHERUNGEN -EINE ALLIANZFÜR'S LEBEN?

(Peggy Daume: Schülervortrag im Rahmen des TDM)

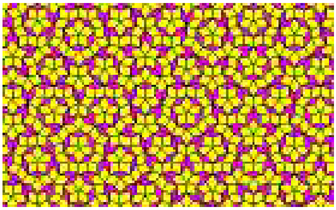
Bereits seit vielen Jahrhunderten ist die Menschheit bestrebt, sich finanziell gegen schadenbringende Ereignisse abzusichern. So gab es beispielsweise im Alten Ägypten Unterstützungseinrichtungen für Hinterbliebene oder im Römischen Reich Kassen zur Absicherung eines würdigen Begräbnisses. Im 14. Jahrhundert wurden die ersten echten Versicherungsverträge abgeschlossen. Es waren See-Versicherungsverträge, in denen Seeleute ihre Schiffe und ihre Waren gegen Piraten und Unwetter versicherten. Heutzutage gibt es fast nichts, was man nicht versichern kann.
Doch was hat die Mathematik mit Versicherungen zu tun? Was haben Versicherungen und Würfelspiele gemeinsam? Wie werden Versicherungsprämien bestimmt? Diesen und weiteren Fragen werden wir im Vortrag gemeinsam nachgehen.

Ab Klasse 10

Die Penrose-Muster: Zwischen Chaos und Ordnung

Dr. Ivan Izmestiev

Penrose-Muster sind Pflasterungen der Ebene, die zwei sich scheinbar widersprechende Eigenschaften zeigen: Sie sind nicht periodisch, aber jedes endliche Stück der Pflasterung kommt unendlich oft vor. Im Vortrag wird erklärt, wie man eine Penrose-Pflasterung konstruiert. Außerdem studieren wir ein “eindimensionales Penrose-Muster“ und entdecken viele seiner Eigenschaften; unter anderem, was diese Folge aus 0 und 1 mit dem goldenen Schnitt zu tun hat.



101101011011010110101101101011011010110101101101011010110110101101101011010110101 . . .

Mathematik beim Roboter-Fußballweltmeister

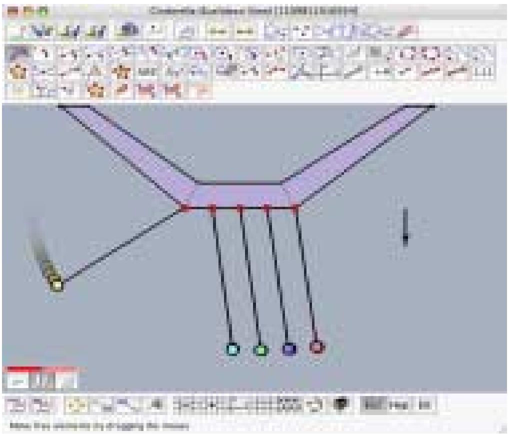
Dipl.-Inf. Matthias Jüngel

Die Humboldt-Universität zu Berlin ist mit ihren fußballspielenden Robotern sehr erfolgreich. Unsere Mannschaft konnte wiederholt die RoboCup GermanOpen gewinnen und wurde zusammen mit der Nationalmannschaft (GermanTeam) im Jahr 2004 Weltmeister beim RoboCup in Portugal. Die Roboter sind nicht ferngesteuert, sondern spielen völlig selbstständig (autonom). Das dafür notwendige Computerprogramm enthält an vielen Stellen mathematische Konzepte. Im Vortrag wird erläutert, wie die vierbeinigen Roboter das Laufen lernen, wie sie mit der eingebauten Kamera den Ball sehen können, wie die Reflexe des Torwarts funktionieren und warum Wahrscheinlichkeitsrechnung wichtig ist.

Virtuelle Physik

Prof. Dr. Ulrich Kortenkamp, Technische Universität Berlin

Was würde passieren, wenn die Erde schwerer wäre? Kann ein Planet zwei Sonnen haben? Im Vortrag wird gezeigt, wie man diese und andere Fragen mit der neuen Physik-Erweiterung des Geometrieprogrammes Cinderella beantworten kann.



Die Riemannsche Vermutung

Prof. Dr. Jürg Kramer (Humboldt-Universität zu Berlin)

Die Primzahlen sind bekanntlich die Bausteine der natürlichen Zahlen; sie sind nur durch Eins und sich selber teilbar, und jede natürliche Zahl ist als Produkt von Primzahlen darstellbar. Bereits Euklid (ca. 300 v. Chr.) bewies, dass es unendlich viele Primzahlen gibt. Die unendlich Folge der Primzahlen beginnt mit

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, \ldots;$$

die Primzahlen werden zunehmend größer, so ist z.B. eine 39-stellige Primzahl gegeben durch

$$170141183460469231731687303715884105727.$$

Lange Zeit hat man versucht, eine allgemeine Formel zur Bestimmung aller Primzahlen zu finden. Im Zusammenhang mit Untersuchungen in der mathematischen Logik ergab sich, dass die Primzahlen als die positiven Werte des folgenden Polynoms charakterisiert werden können:

$$\begin{aligned}
&F(a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,o,p,q,r,s,t,u,v,w,x,y,z) = \\
&+[k+2][1-(wz+h+j-q)^2-(2n+p+q+z-e)^2 \\
&-(a^2y^2-y^2+1-x^2)^2-([e^4+2e^3][a+1]^2-o^2)^2 \\
&-(16[k+1]^3[k+2][n+1]^2+1-f^2)^2 \\
&-([(a+u^4-u^2a)^2-1][n+4dy)^2+1-[x+cu]^2)^2 \\
&-(ai+k+1-l-i)^2-([gk+2g+k+1][h+j]+h-z)^2 \\
&-(16r^2y^4[a^2-1]+1-u^2)^2 \\
&-(p-m+l[a-n-1]+b[2an+2a-n^2-2n-2])^2 \\
&-(z-pm+pla-p^2l+t[2ap-p^2-1])^2 \\
&-(q-x+y[a-p-1]+s[2ap+2a-p^2-2p-2])^2 \\
&-(a^2l^2-l^2+1-m^2)^2-(n+l+v-y)^2].
\end{aligned}$$

Man kann sich nun andererseits aufgrund der nicht sehr übersichtlichen obigen "Formel" vielleicht besser nach der Dichte der Primzahlen, d.h. nach der Anzahl der Primzahlen, die unterhalb einer Schranke x liegen, fragen. Dazu führte bereits Bernhard Riemann die Primzahlfunktion

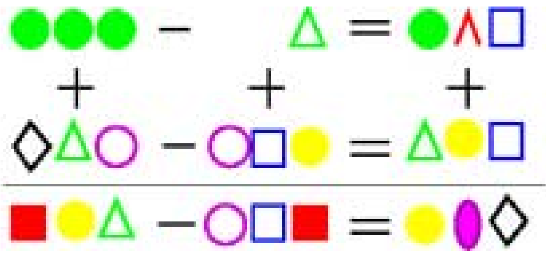
$$\pi(x) = \text{Anzahl der Primzahlen kleiner als } x$$

ein. Durch umfangreiche Experimente, die bereits auf C.F. Gauß zurückgehen, fand sich eine asymptotische Formel für $\pi(x)$. Die Riemannsche Vermutung besagt nun, wie der Fehler in der asymptotischen Bestimmung von $\pi(x)$ optimal abgeschätzt werden kann. Über die Geheimnisse der Riemannschen Vermutung und ihre Beziehungen zur Zahlentheorie soll in diesem Vortrag berichtet werden.

Zahlenrätsel für Anfänger und Fortgeschrittene

Dr. René Lamour (Humboldt-Universität - MATHEON)

Zahlenrätsel der Form



haben wir schon manchmal in Zeitungen gesehen.
Beim Lösen durch Probieren erkennt man bald einige Tricks, die den Lösungswe beschleunigen.

Kann man ein solches Rätsel mathematisch lösen?

Im Vortrag werden die (linearen) Gleichungssysteme, die beim Lösen hilfreich sind, untersucht. Dabei werden Begriffe wie "Vektor", "Matrix", "lineare Abhängigkeit", "Regularität" usw. eingeführt und benutzt. Es wird ein Verfahren zur Lösung dieser Gleichungen entwickelt und ein Computerprogramm dazu vorgestellt.
Mitgebrachte Zahlenrätsel können sofort gelöst werden.

Die Zahl π - faszinierend und mysteriös

PD Dr. Ingmar Lehmann (Humboldt-Universität zu Berlin)

Was ist π?
Verschiedene Definitionen von π.
Ein Kreis ... und π in der Mythologie!
Wie kam π zu seinem Namen?
Wie kann man π berechnen?
π und Paradoxes
Was hat π mit unserem Alltag zu tun?
π und eine Kurve konstanter Breite.
π und bizarre Flächen.
π und die Bibel.
π und das Alphabet.
π und die Kunst.
π und die Gesetzgebung.
π und mandrierende Flüsse.
π und etwas unwahrscheinlich Wahrscheinliches.
Wie viele Dezimalstellen von π kennen wir?
Piologen: π-Freunde und π-Fanatiker.

Über den RIEMANNschen Integralbegriff

Prof. Dr. Joachim Naumann (Humboldt-Universität zu Berlin)

Die Untersuchungen über die Darstellbarkeit einer Funktion durch eine trigonometrische Reihe führten zur Notwendigkeit der Integration gewisser unstetiger Funktionen auf einem Intervall $[a, b]$. RIEMANN formulierte 1854 einen hierfür geeigneten Integralbegriff:

$$\int\limits_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(\xi_k)(x_k - x_{k-1})$$

(„*Hat sie* [d.h. die Folge der Integralsummen] *nun die Eigenschaft,..., sich einer festen Grenze unendlich zu nähern, ... so heisst dieser Werth* $\int\limits_a^b f(x)dx$.“) RIEMANN gab damit einen wichtigen Impuls zur Entwicklung der Integrationstheorie.

In diesem Vortrag diskutieren wir den RIEMANNschen Integralbegriff, erläutern diesen an Beispielen und skizzieren die Anfänge seiner Weiterentwicklung.

Prof. Dr. Margitta Pries
Technische Fachhochschule Berlin

Farben und Mathematik

Was haben Farben mit der Mathematik zu tun?

Unsere Empfindungen und Interpretationen einer Farbe sind stark subjektiv. Demgemäß kann eine Farbe nur allgemeingültig beschrieben werden, wenn man sich auf einheitlich definierte Standards einigt. Mit Einführung der durchgängig digitalen Farbverarbeitung mit dem Computer ergeben sich vor allem Probleme, eine Farbe auf unterschiedlichen Medien wie Monitor oder Drucker annähernd gleich darstellen zu können. Hier helfen nicht mehr Farbtafeln sondern nur noch mathematische Modelle, die es gestatten, unter Berücksichtigung spezifischer Geräteeigenschaften eine optimale Reproduktion einer Farbe zu ermöglichen. Dabei geht es nicht nur darum, Farben mit Hilfe von Zahlenwerten zu beschreiben. Man benötigt zum Beispiel auch Methoden, um subjektiv festgestellte Farbunterschiede zu ermitteln und zu quantifizieren.

Es wird gezeigt, wie mathematische Modelle und Methoden bei der Lösung von Aufgaben auf dem Gebiet des Farbmanagements helfen können.

G. Reinhardt
WIAS Berlin

Grundlagen zur (computergestützten) Bearbeitung von digitalen Bildern

Der Begriff ,,digitales Bild” beinhaltet das Wort ,,digital”. Im Duden wird als Umschreibung zu diesem Wort ,,in Ziffern dargestellt” angegeben. Der Begriff ,,digitales Bild” bedeutet also, dass das Bild in Ziffern (verallgemeinert: aus Ziffern zusammengesetztesn Zahlen) codiert wird. Indirekt heißt dies auch, dass diese Bilder auf elektronischen Speichermedien (Speicherkarten) aufbewahrt (gespeichert) werden. Auf solchen Speicherkarten werden z.B. Fotos in Bildformaten gespeichert, die auf einem Computer bearbeitet werden können (z.B. JPEG, TIFF, GIF).

Allgemein besteht ein Bild immer aus einer großen Anzahl von Bildpunkten, die Pixel genannt werden. Die Anzahl der Bildpunkte in einer Zeile und die Anzahl der Zeilen geben die Auflösung (Qualität) eines Bildes an. Ein Bild mit einer Auflösung von 640x480 Pixeln hat demnach 480 Zeilen mit jeweils 640 Bildpunkten. Bei einem digitalen Bild dieser Auflösung sind dies 640*480 = 307200 Zahlen! Die Zahlenwerte bestimmen dabei die Grauwerte der Bildpunkte, die zwischen 0 und 255 liegen. Dieser Wertebereich begründet sich daraus, dass bei elektronischen Speichermedien für jeden Grauwert ein Byte (= 8 Bit) reserviert ist.

Sollen digitale Bilder bearbeitet werden, so bedeutet dies, dass mit Zahlen ,,hantiert” werden muss, oder anders ausgedrückt, dass mathematische Operationen auf diese Zahlen angewandt werden.

Im Vortrag wird gezeigt, wie ausgewählte einfache Operationen (Substitutionen, Additionen, Subtraktionen) auf die Grauwerte eines digitalen Bildes das Aussehen dieses Bildes beeinflussen. Die im Bildbeispiel unten verwendeten Begriffe ,,x- und y-Ableitung” und ,,invers” werden als ganz einfache Operationen ’entlarvt’.

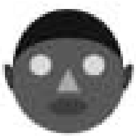


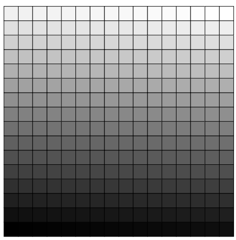
Bild in Grauwerten

x-Ableitung

inverse x-Ableitung

inverse y-Ableitung

inverse x- und y-Ableitung

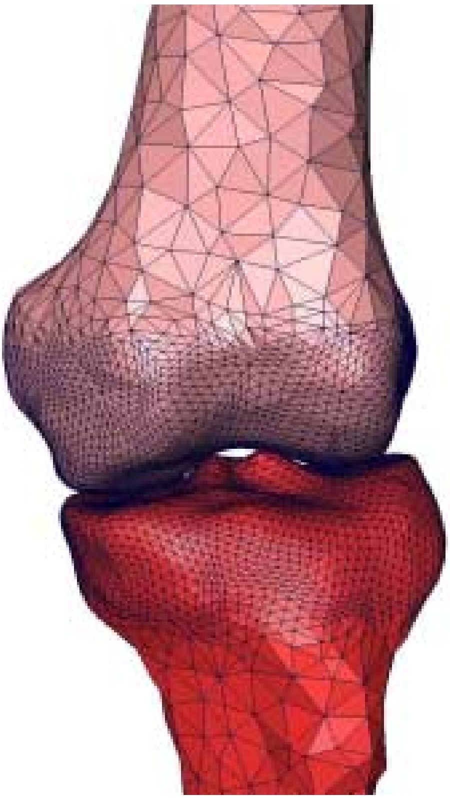


256 Grauwerte

Operationsplanung am Computer: Braucht Ihr Knie einen Mathematiker?

Oliver Sander (Technische Universität Berlin)

Chirurgische Eingriffe am menschlichen Bewegungsapparat müssen sorgfältig geplant werden, um Folgeschäden zu vermeiden. Moderne Computer eröffnen hier neue Horizonte. Operationen lassen sich komplett simulieren. So werden die Konsequenzen eines Eingriffs sichtbar und der Operateur kann die optimale Vorgehensweise ermitteln. Dieser Vortrag beschreibt, wie solche Simulationen funktionieren und erklärt einige der dabei auftretenden mathematischen Probleme.



Wie kann ich meinen Arbeitsaufwand optimieren, um ein Examen zu bestehen ?

Prof. Dr. Jürgen Sprekels (WIAS)

Für jeden Schüler tritt immer wieder das Problem auf, dass er zu einem bestimmten Termin einen hinreichend guten Kenntnisstand erreichen muss, um eine Klausur oder eine Prüfung bestehen zu können. Natürlich möchte er hierfür möglichst wenig Arbeit investieren. Es ist also für ihn sinnvoll, einen Plan zu erarbeiten, wie lange er an jedem Tag lernen muss, um den geforderten (oder gewünschten) Kenntnisstand zu erreichen.

Aus langer Erfahrung weiß der Schüler, dass er -- wie ja auch sonst so oft im Leben -- zur Lösung seines Problems die Mathematik zu Rate ziehen sollte. Denn er hat ja im Unterricht das Differenzieren gelernt und weiß, wie man Minimierungsaufgaben behandelt. In der Tat, mit ein wenig Nachdenken und Phantasie kann er ein mathematisches Modell entwickeln, das mit den Bordmitteln der Schulmathematik gelöst werden kann (natürlich muss man schon differenzieren können und das „Prinzip der vollständigen Induktion“ kennen).

Die kleine Mühe wird belohnt: Es stellt sich heraus, dass der optimale Lernplan zu einem erheblich geringeren Arbeitsaufwand führt als die (für den mathematischen Ignoranten nahe liegende) Strategie, an jedem Tag gleich viel zu arbeiten. Die eingesparte Zeit lässt sich trefflich für andere Aktivitäten nutzen!

Im Vortrag wird der Prozess der Lösung dieser Aufgabe vorgestellt.

Dr. Holger Stephan

WIAS Berlin

Der kürzeste Weg in Geometrie und Analysis.
Einfachste Variationsprobleme.

Die Grundaufgabe der Variationsrechnung ist etwa: Finde eine Kurve, die sich gegenüber allen anderen Kurven in besonderer Weise auszeichnet. Eine einfach zu formulierende Aufgabe dieser Art ist die Suche nach dem kürzesten Weg: Finde unter allen Kurven, die zwei Punkte einer Fläche verbinden, diejenige mit der geringsten Länge. Das ist in der Ebene natürlich die Strecke. Andere Aufgaben, die so ähnlich klingen, können viel schwieriger sein: Was ist der kürzeste Weg in einer Hügellandschaft, auf einem Polyeder oder wenn Hindernisse im Weg stehen? Was ist der kürzeste Weg zwischen drei oder mehr Punkten?

Analytisch bedeuten solche Fragen: Finde das Minimum einer Funktion, die die Länge der verschiedenen Wege beschreibt.

Diese Grundaufgabe lässt sich auf mehrdimensionale Objekte ausdehnen, etwa auf die Suche nach der sogenannten Minimalfläche: Welche Fläche im Raum hat den kleinsten Flächeninhalt, wenn der Rand der Fläche vorgegebene ist?

Von tieferliegender Bedeutung ist die Suche nach dem kürzesten Weg, weil die Natur offenbar so verfährt. Zum Beispiel hat es das Licht besonders eilig und schlägt stets den Weg ein, der die kürzeste Zeit in Anspruch nimmt. Das Mut keine Gerade sein, wenn verschiedene Materialien, Hindernisse oder Spiegel im Wege stehen. Hieraus folgen das Reflexions- und das Brechungsgesetz des Lichtes. Das scheint kein Zufall zu sein. Auch andere physikalische Objekte, Planeten oder Pendel bewegen sich auf dem kürzesten Weg – man Mut nur den Abstand geeignet definieren. Heute glaubt man, ein physikalisches Problem am tiefgründigsten verstanden zu haben, wenn man es auf eine Variationsaufgabe zurückführen kann. Die grundlegenden Gleichungen der Physik sind Folgerungen aus solchen Variationsproblemen.

Wenn man alle physikalischen Probleme auf Variationsprobleme zurückgeführt hat, bleiben eigentlich nur noch philosophische Fragen: Woher weiß das Licht, welcher Weg der kürzeste ist? Warum braucht der Mensch mit den besten Computern lange Zeit, um eine Minimalfläche zu finden, während es eine Seifenhaut augenblicklich schafft?

"Strategien gegen den Zufall oder wildes Wetten?" Zur Mathematik von Börsenkursen und Optionen

Anne Gundel, Prof. Dr. Hans Foellmer, Irina Penner
Sina Tutsch und Dr. Stefan Weber (Universität Berlin)

Banken handeln täglich mit Finanzderivaten im Volumen von vielen Milliarden Euro. Wir wollen untersuchen, was hinter diesen Geschäften steckt. Ist dies ein "Wetten um jeden Preis"? Oder ergeben sich die Transaktionen aus rationalen Strategien? Welche Rolle spielen dabei die "hochkomplexen mathematischen Formeln, die von Wissenschaftlern entwickelt wurden"? Können wir hoffen, "dass der Welt der derivate Super-Gau erspart bleibt"? (Zitate aus "Die Zeit")

Anhand einfacher wahrscheinlichkeitstheoretischer Modelle wollen wir das Prinzip der Derivate und ihre janusköpfige Rolle illustrieren. Einerseits dienen sie zur Reduktion von Risiken, die sich aus den Kursschwankungen der zugrundeliegenden Basiswerte (Aktien, Devisenkurse, Preise von Anleihen usw.) ergeben. Andererseits können sie sich aber auch als Instrumente der Spekulation mit sehr hoher Hebelwirkung verselbständigen. Vor allem wollen wir zeigen, welche Rolle die Mathematik bei der Preisbildung von Derivaten und bei der Konstruktion entsprechender Absicherungsstrategien spielt.

45 min Vortrag, Teil 1
30 min Poster
45 min Vortrag, Teil 2

In der Vortragspause: Diskussion und Posterpraesentation bei Saft und Kuchen

MATHEON–Wettbewerb ”Schüler lernen von Schülern”

Beziehungen zwischen den Körpernetzen (Abwicklungen) verschiedener Platonischer Körper.

Marcus Gawlik, Sebastian Günther und
Christian Ritschel (Klasse 11, Georg–Forster–Oberschule)

Die Schüler haben sich in ihrer Arbeit mit Würfel- und Oktaedernetzen beschäftigt. Sie sind der Frage nachgegangen, ob es denn Zufall ist, dass es sowohl 11 Würfel- als auch 11 Oktaedernetze gibt und ob man nicht zwischen den einzelnen Netzen eine entsprechende Zuordnung finden kann. Sie haben dann dazu drei Unterrichtsstunden in einer 9. Klasse ihrer Schule gehalten.

Im Anschluss findet die Auszeichnung durch ein Mitglied von MATHEON statt.

STATISTIK DER AKTIENMÄRKTE -EINE ANWENDUNGSBEZOGENE EINFÜHRUNG IN DIE BESCHREIBENDE STATISTIK

(Peggy Daume: Lehrervortrag im Rahmen des TDM)

Mit dem Schuljahr 2004/05 beginnt der Stochastikunterricht bereits in der 11.Klasse. Ein zentrales Thema hierbei ist die Einführung in die Beschreibende Statistik. Doch welche Möglichkeiten gibt es, dieses Thema anwendungsorientiert und spannend zu gestalten?
Im Vortrag wird ein bereits in Schulversuchen erfolgreich erprobter Weg vorgestellt, wie wesentliche Inhalte der Beschreibenden Statistik anhand von Daten der Aktienmärkte erarbeitet werden können.

Abstrakt zum Vortrag: „Beliebte und unbeliebte Fächer“

Prof. Dr. Angela Schwenk (TFH-Berlin)
OStR Manfred Berger (Bertha-von-Suttner - OG)

Nachdem wir im Jahr 2000 mit einem Test die mathematischen Grundfertigkeiten der Studienanfänger der TFH-Berlin und die der 10. / 11. Klässler sowie der Grund- und Leistungskursschüler der Bertha–von-Suttner-Oberschule miteinander verglichen hatten, stellten wir in der Folgezeit unsere Ergebnisse bei verschiedenen Anlässen vor. Bei den Diskussionen über unsere Arbeit stellten wir immer wieder fest, dass häufig Aussagen über die Beliebtheit des Faches Mathematik bei Schülern gemacht wurden, ohne dass diese nach unserem Eindruck hinreichend fundiert waren.

Ende 2002 führten wir daher an der Bertha-von-Suttner-Oberschule unter mehr als 1100 Schülern eine Umfrage zur Beliebtheit der Fächer durch. In unserem Vortag wollen wir einerseits erklären, wie wir diese Umfrage durchgeführt und ausgewertet haben, da nach unserer Ansicht dieser Aspekt im Hinblick auf die kommenden Evaluationsmaßnahmen für viele Lehrer interessant sein könnte, und andererseits natürlich auch auf die ermittelten Ergebnisse eingehen.

Ausgehend von einigen Ergebnissen unseres Tests zu den mathematischen Grundfertigkeiten werden wir die inhaltlichen Ergebnisse unserer Umfrage zur Beliebtheit der Fächer schildern. Unter anderem werden wir ein Ranking der Fächer angeben und werden dann erläutern, wie sich das Verhältnis der Schüler zur Mathematik über die Schulzeit entwickelt, was die Schüler vom Fach halten und wie sie ihre Zuneigung bzw. Ablehnung von Fächern begründen und, ob es in dieser Hinsicht fach- oder geschlechtsspezifische Schwerpunkte gibt.

Mit "**Aktiver Mathematik**" durch den Regen laufen

Prof. Dr. Andreas Unterreiter

Haben Sie sich auch schon einmal gefragt: "Wie schnell muss man durch den Regen laufen, um möglichst wenig nass zu werden?" Gibt es eine optimale Geschwindigkeit oder muss man nur so schnell wir möglich laufen? Unter Benutzung der Winkelfunktionen cos und sin und mit Hilfe einfacher geometrischer Betrachtungen werden das Problem mathematisch modelliert und diese Fragen beantwortet. Die Zuhörer lernen dabei, dass bei der mathematischen Modellierung Vereinfachungen getroffen werden müssen und erkennen die Grenzen des Modells.

Diese und ähnliche Fragestellungen werden im Lehrerfortbildungsseminar "Aktive Mathematik" an der TU-Berlin behandelt.
Weitere Informationen unter:

www.math.tu-berlin.de/aktMath

Das war der 9. Berliner Tag der Mathematik

Am Samstag, dem 15. Mai 2004 fand der 9. Berliner Tag der Mathematik statt - Ausrichter war diesmal die FU Berlin. Wie immer, bietet dieser Tag Schülern und Lehrern Berliner (und umliegender) Schulen die Gelegenheit, Kontakt zu den Berliner Universitäten zu bekommen und Informationen über Mathematik und das Mathematik-Studium zu erhalten. In vielen Vorträgen wird den Zuhörern demonstriert, wie verbreitet Mathematik ist, und wieviel Spaß man damit haben kann.

Kein Spaß ohne eigene Anstrengung - und so wird der TdM von einem mathematischen Wettbewerb eingerahmt: Vormittags werden in verschiedenen Altersgruppen Aufgaben gelöst, die sich auf phantasievolle Weise von dem Typ Aufgaben des schulischen Alltags abheben (sollen). Abends findet dann ein Festvortrag mit anschließender Siegerehrung statt.


Fangen wir am Vormittag an: Unserem Fachbereich ist es gelungen, die Hauptmensa für den Wettbewerb zu bekommen. So waren alle beteiligten Schüler unter einem Dach versammelt - aber es war auch gar nicht so leicht, die organisatorischen Notwendigkeiten umzusetzen: Die Stimme dringt nicht mehr durch, und wir hätten für wichtige Ansagen ein Megaphon benötigt. Viele Fragen ließen sich aber auch so klären, und so kamen wir mit Hilfe von Georgs Trillerpfeife und Davids Charme gut zurecht.

Bei einer so großen Menschenmenge bedarf es auch des Einsatzes vieler Helfer, an die man zunächst gar nicht gedacht hat: Zwei Mitarbeiter des Roten Kreuzes sorgten dafür, dass keiner verletzt wurde. Einer der beiden ist im "Hauptberuf" selbst Mathematik-Student - der andere war dagegen völlig überrascht, erstaunt und schockiert: Er hätte sich nie vorstellen können, dass sich Schüler an einem Samstag Vormittag bei schönem Wetter freiwillig einsperren lassen, um Mathematik zu machen. Die Welt ist eben vielleicht noch nicht verloren.

Am Nachmittag gab es dann das traditionelle, umfangreiche Vortragsprogramm. Je nach Thema waren die Vorträge verschieden besucht - bei vielen reichten die Stühle nicht. Hier konnten Schüler und Lehrer erfahren, dass Mathematik eher wenig mit dem schematischen Erlernen von Formeln, Algorithmen, Lösungsmethoden und Rezepten zu tun hat: Mathematik ist Denken, Verstehen und Spaß am Entdecken intellektueller und ästhetischer Zusammenhänge, die einem ohne eine Investition von Lernen und Anstrengung leider verborgen bleiben.

Unser Dank geht hier natürlich an die Vortragenden - aber eine wirkliche Meisterleistung logistischer Natur ist das, was nebenbei im Verborgenen geschah: Tutoren und Studenten der Berliner Unis hatten genau 3 Stunden Zeit, alle geschriebenen Wettbewerbsarbeiten zu korrigieren, Preise für besonders elegante Lösungen vorzuschlagen - und zwischendurch auch noch Pizza zu essen. Gegen 17 Uhr füllte sich einerseits schon das Audimax des Henry-Ford-Baus der FU für die Abschlussveranstaltung; zur gleichen Zeit waren unsere Sekretärinnen noch dabei, die Ergebnislisten der Korrektoren zu koordinieren und danach die Preisträger festzulegen und für uns Organisatoren aufzulisten. In einer Stunde - gleich nach dem Festvortrag sollten diese verlesen werden.

Der Festvortrag wurde diesmal von Herrn Dr. Bölling von der Universität Potsdam gehalten. Er hatte sich über 20 Jahre um die Nachwuchsförderung in Berlin verdient gemacht - und zwei der Organisatoren des TdM waren selbst Schüler von ihm. Im Vortrag lernten wir etwas über *Primzahlen, die ganz anders sind*. Langsam wurde es aber unruhig im Publikum - die Spannung stieg, um so mehr wir uns der Preisverteilung näherten.

Was wäre eine Preisverleihung ohne Preise? Somit ist das die richtige Stelle, unseren Sponsoren herzlich zu danken - vor allem möchten wir hier die Königliche Norwegische Botschaft Berlin und Siemens Berlin nennen. So war es uns möglich, Preise bis zu 500 EUR pro Vierer-Team zu vergeben - wir denken, dass das die Attraktivität des Wettbewerbs durchaus erhöhte. Insgesamt gab es 31 verschiedene Preise, so dass auch viele Schüler in den Genuss einer Ehrung kamen. Leider kamen wir auch dieses mal nicht um die Notwendigkeit des Losens herum - gerade in Klassenstufe 11/12 waren die Aufgaben wohl doch etwas zu leicht. Das wird in diesem Jahr anders werden!

Der Hauptpreis für die Klasse 11/12 war von der Königliche Norwegische Botschaft Berlin gestiftet und bestand aus einer Reise nach Oslo inklusive Taschengeld. Hier sehen wir den Botschafter Bjørn Tore Godal selbst bei der Verleihung. Spätestens hier stellt sich die Frage - wieso sponsort uns eine Botschaft? Wieso gerade Norwegen? Diese Frage wird durch das Programm der Oslo-Reise klar beantwortet, von dem gleich berichtet wird.

Wieso Oslo? Die Frage hat eine triviale und eine tieferliegende Antwort. Zuerst die triviale: Der TdM 2003 fand am 17.5.2003 an der TFH statt, was zufällig der Nationalfeiertag Norwegens ist. Der zweite Zufall ist, dass der damalige Organisator Herr Göbel das wusste, und daraufhin bei der Sponsorensuche auch bei der Botschaft anrief. Eher kein Zufall war, dass die Antwort sofort positiv war - und hier kommen wir zum tieferen Grund:

Seit 2003 wird in Oslo der Niels-Hendrik-Abel-Preis für Mathematik verliehen. Sowohl in der damit verbundenen Ehre, als auch im Preisgeld ist und soll dieser Preis als eine Ergänzung des Nobel-Preises verstanden werden. Aus unklaren (?) Gründen hat Nobel gerade für die königlichste aller Wissenschaften keinen Preis eingeplant, und dieser Missstand wird nun korrigiert. Abel war ein berühmter Mathematiker, der auch lange Zeit in Deutschland gelebt hat. Und diese besondere Beziehung ist es, die die Organisatoren des Abel-Preises veranlasste, unsere Schülergruppe aus Berlin nach Oslo einzuladen. Es war also nicht nur eine touristische Reise in eine europäische Hauptstadt - sondern wir waren Gast bei der offiziellen Zeremonie in Anwesenheit des norwegischen Königs. Unsere Schüler saßen in der dritten Reihe, wurden bei der Festrede speziell erwähnt und kamen auch mit den Preisträgern (Atiyah und Singer) in Kontakt. Die Teilnehmer des TdM wussten dabei über diesen Zusammenhang genau Bescheid: Die Botschaft ermöglichte es auch, dass Herr Stubhaug (Abel-Biograph) in Berlin zu Gast war und hier in mehreren Vorträgen über Abels Leben und seine Beziehungen zu Berlin sprach.

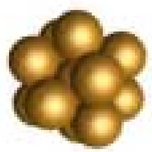
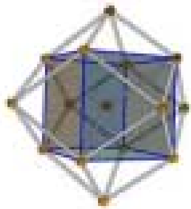
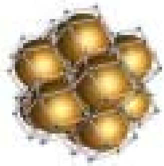


Darüberhinaus wurde uns in Oslo ein attraktives Programm geboten, das die Norweger mit viel Liebe und Herzlichkeit organisierten. Für die drei Tage bekamen wir einen eigenen lokalen Betreuer - ein Mathematiker der Uni Oslo. Er erwartete uns am Flughafen zusammen mit drei Norwegerinnen, bei denen unser Team wohnen sollte. Sie waren Schülerinnen derselben Schule, in der einst Abel lernte. In den nächsten Tagen besuchten wir diese Schule, besichtigten die Stadt und fuhren mit dem Schiff auf dem Oslo-Fjord. Wir waren bei einem Mitarbeiter der Uni zu Kaffee und Abendbrot eingeladen - so saßen wir auf dem Balkon mit Blick über den Fjord und trafen dort das Schülerteam aus Frankreich. Das Abendprogramm wurde meistens individuell mit den Gastgeberinnen gestaltet, hinzu kam ein gemeinsames Essen mit dem Vorsitzenden des Abel-Komitees. Der einzige kleine Wermutstropfen war, dass wir zum mathematischen Vortrag der Preisträger nicht kommen konnten, weil unser Flug so früh ging. Es war für alle ein großartiges Erlebnis, und wir möchten der norwegischen Botschaft dafür nochmals ausdrücklich danken. Wir hoffen, dass diese Verbindung zu einer dauerhaften wird und sich später viele Berliner Mathematiker an ihre Schülertage in Oslo erinnern koennen.

Viel Spass und Erfolg beim TdM 2005!

Georg Hein & Klaus Altmann

Das Logo zum "Tag der Mathematik 2005" - Kepler, Apfelsinen und Schatten aus der vierten Dimension

Der Mathematiker und Astronom Johannes Kepler (1571-1630) fragte nach der dichtesten Packung unendlich vieler Kugeln gleicher Größe im Raum. Anders gesagt, wie stapelt man die Kugeln so, dass möglichst wenig Luft zwischen ihnen bleibt?

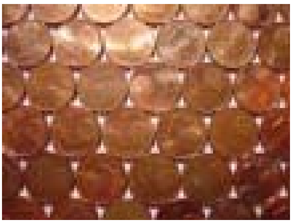
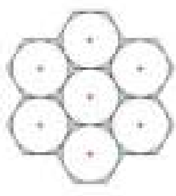
Jeder Obsthändler auf der Straße weiß die dichteste Packung von Kugeln zu sagen: "So wie man Orangen stapelt." Zunächst legt man eine Reihe parallel neben die nächste, so daß jede Orange genau vier weitere berührt. Die Orangen der nächst höheren Schicht werden in die entstehenden Vertiefungen der ersten Schicht gelegt. Diese zweite Schicht hat dann das gleiche Muster wie die erste: jede Orange hat in ihrer Schicht genau vier berührende Nachbarn. Und so fährt man fort.


Kepler Vermutung: Es gibt keine dichtere Packung von Bällen als die des Obsthändlers.

Der Beweis der Kepler Vermutung blieb über Jahrhunderte offen. 1998 legte der MathematikerThomas Hales einen 250-seitigen Beweis vor. Dieser baut auf zahlreiche computergestützte Rechnungen auf - und obwohl niemand die Richtigkeit wirklich in Frage stellt - gilt er dennoch bis heute nicht als 100% verifiziert. Wir können hier nicht auf diesen Beweis eingehen - werden aber einige erstaunliche Phänomene besprechen, die mit der Kepler Vermutung in Verbindung stehen.

Das zweidimensionale Problem

Was ist die dichteste Packung kongruenter Kreise in der Ebene? (Überschneidungen sind natürlich nicht erlaubt!)

Die dichteste Packung kongruenter Kreise in der Ebene ist als *Sechseckpackung* bekannt. Einen eleganten aber elementaren Beweis dafür erbrachte 1910 der norwegische Mathematiker Axel Thue. Der Name *Sechseckpackung* rührt daher, daß man um jeden Kreis dieser Packung ein reguläres Sechseck legen kann - derart, daß die gesamte Ebene von solchen Sechsecken lückenlos gepflastert wird.

Die umschreibenden Sechsecke dieser Packung können nun aber auch anders charakterisiert werden: Jedes Sechseck ist die Menge der Punkte, die einen kleineren Abstand zum Mittelpunkt eines jeweiligen Kreises haben, als zu jedem andern Kreismittelpunkt. Allgemeiner, gegeben sei eine Menge isolierter Punkte (P1, P2...) in der Ebene (oder im Raum). Sei P einer dieser Punkte. Dann nennt man die Menge aller der Punkte der Ebene (des Raumes), die einen kleineren Abstand zu P als zu jedem anderen Punkt aus (P1, P2,...) haben, die Voronoi-Zelle von P. Also:

Die Voronoi-Zellen der dichtesten Kreispackung der Ebene sind reguläre Sechsecke.

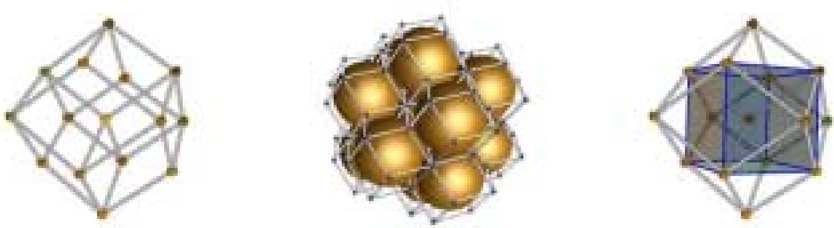
Reguläre Sechsecke haben noch eine weitere Eigenschaft. Angenommen, man steht in der brennenden Sonne und hat als Schattenspender einzig und allein einen Würfel zur Hand. Wie muss man den Würfel drehen, damit er möglichst viel Schatten spendet? Anders ausgedrückt: Was ist der größte parallele Schatten eines 3-Würfels in der Ebene? Der kleinste Schatten ist sicherlich das Quadrat - und der größte Schatten ist das reguläre Sechseck!

Die Voronoi-Zellen der dichtesten Kreispackung der Ebene sind die größten parallelen Schatten des 3-Würfels.

Das dreidimensionale Problem

Kehren wir zum Kepler Problem zurück. Zunächst beachte man, daß die Sechseckpackung in der Ebene *nicht* der ersten Schicht der Stapelung von Apfelsinen entspricht. Die Phänomene in Dimension 2 und 3 scheinen also erst einmal verschieden.

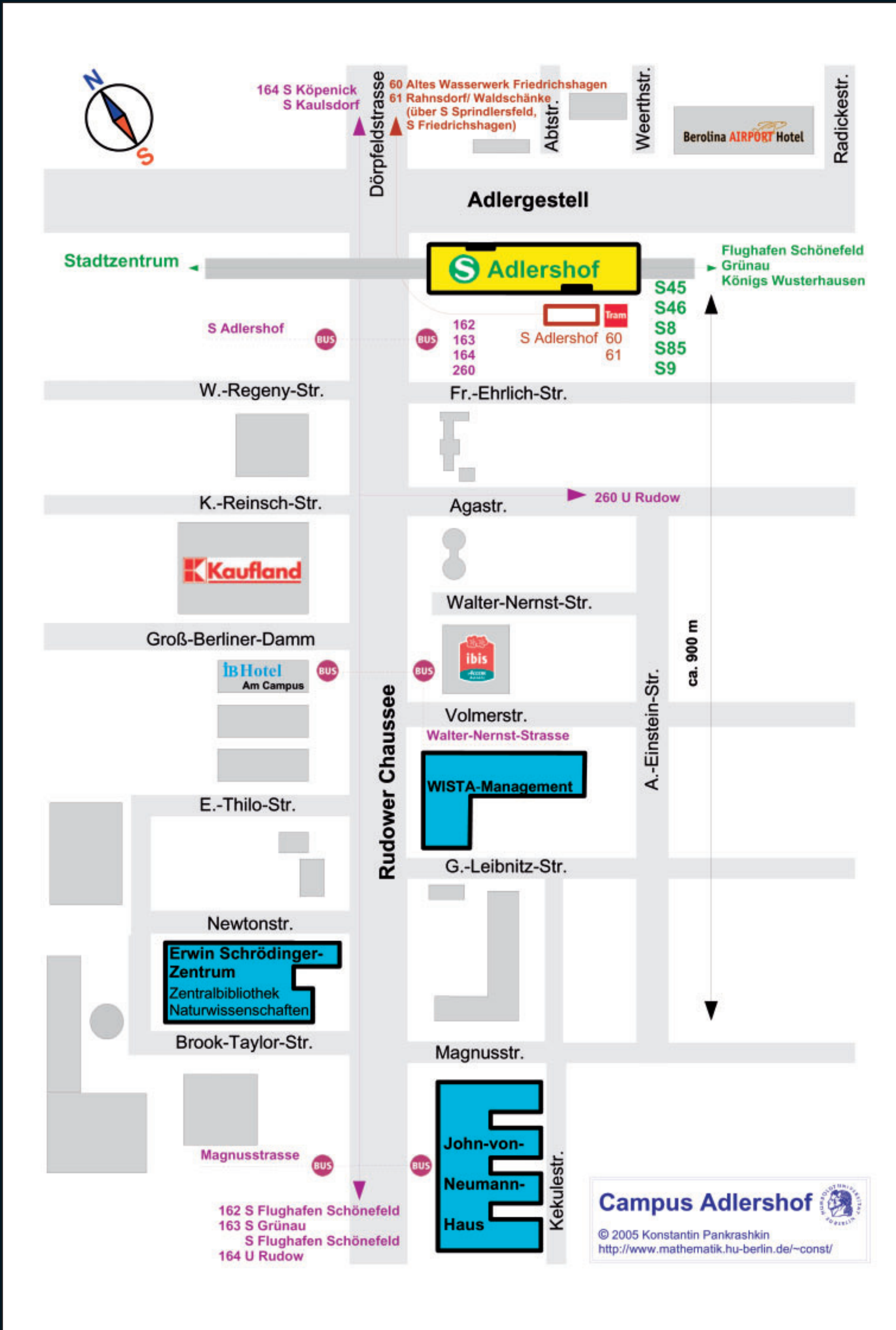
Ein Schlüssel zur Gemeinsamkeit der dichtesten Packungen in Dimension 2 und 3 liegt in ihren *Voronoi-Zellen*. In der Orangenpackung des Obsthändlers hat jede Orange genau 12 berührende Nachbarn im Raum. Die entsprechenden Voronoi-Zellen (mittleres Bild) werden von rhombischen Dodekaedern gebildet. Und analog zu Dimension 2 sind rhombische Dodekaeder die größten parallelen Schatten des 4-Würfels, projiziert in den dreidimensionalen Raum (linkes Bild) - der kleinste Schatten ist natürlich der reguläre 3-Würfel (blau im rechten Bild). Der 4-Würfel ist dabei die Menge aller der Punkte im 4-dimensionalen Raum, deren Koordinaten (x,y,z,w) sämtlich zwischen 0 und 1 liegen.



Die Voronoi-Zellen der dichtesten Kugelpackung des Raumes sind die größten parallelen Schatten des 4-Würfels.

Wie sieht es nun in höheren Dimensionen aus? Gilt dort immer noch, daß die größten Schatten der (n+1)-Würfel, projiziert in den n-dimensionalen Raum, die Voronoi Zellen der dichtesten Packung von n-Kugeln liefern? Die Antwort fällt negativ aus. Schon für n=4 ist das nicht mehr so. Zu weiterführenden Betrachtungen in höheren Dimensionen schaue man beispielsweise au die Seiten von Gabriele Nebe und Neil Sloane.

Die Bilder auf dieser Seite, sofern synthetisch, wurden mit der 3D Software JavaView erzeugt.



DUDEN PAETEC Marketing • 2005055