

MSG-Zirkel 9c

Hausaufgaben zum 1.11.06, schriftlich

1. (7 Punkte)

a) Beweise, dass für beliebige positive Zahlen a, b immer die Ungleichung

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

gilt! In welchem Fall gilt Gleichheit?

b) Zeige dass für beliebige positive Zahlen x, y das arithmetische Mittel $\frac{x+y}{2}$ immer größer oder gleich dem geometrischen Mittel \sqrt{xy} ist!

Gib drei Zahlenbeispiele an! In welchem Fall gilt Gleichheit?

2. MO 300924 (6 Punkte)

Gegeben sei ein konvexes Viereck $ABCD$ mit den Seitenlängen a, b, c, d und den Diagonalenlängen e und f . Die Größe $u = a + b + c + d$ ist dann der Umfang des Vierecks.

Man beweise: $u < 2(e + f) < 2u$.

Tip: Verwende Dreiecksungleichungen.

3. MO 400924 (7 Punkte)

4 Schüler A, B, C, D diskutieren über Seitenlängen und Winkelgrößen eines Vierecks.

A meint: Wenn in einem Viereck drei Seiten gleichlang und zwei Innenwinkel gleichgroß sind, dann sind auch die beiden anderen Innenwinkel gleichgroß.

B meint: Die Schlussfolgerung von A gilt jedenfalls dann, wenn die beiden als einander gleichgroß vorausgesetzten Innenwinkel diejenigen beiden sind, die zwischen den drei einander gleichgroßen Seiten auftreten.

C meint: Die Schlussfolgerung von A gilt jedenfalls dann, wenn die beiden als einander gleichgroß vorausgesetzten Innenwinkel einander gegenüber liegen.

D meint zu jeder der drei Aussagen von A, B, C: Wenn die dort gemachten Voraussetzungen gelten, dann hat das Viereck einen Umkreis.

Untersuche für jede dieser 6 Meinungen, ob sie wahr ist!