

## MSG-Zirkel 9c

### Hausaufgaben zum 8.11.06, schriftlich

1. (2 Punkte)

Welche der Zahlen  $5^{(7^6)}$  und  $5^{(6^7)}$  sind Quadratzahlen?

2. (4 Punkte)

Berechne möglichst geschickt und ohne Taschenrechner  $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ .

3. (8 Punkte)

a) Zeige, dass für beliebige positive Zahlen  $a, b$  immer gilt

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \geq \frac{a + b}{2},$$

d.h., dass das quadratische Mittel größer oder gleich dem arithmetischen Mittel ist!  
Gib zwei Zahlenbeispiele an! In welchem Fall gilt Gleichheit?

b) Zeige dass für beliebige positive Zahlen  $a, b, c, d$  immer die Ungleichung

$$\frac{a + b + c + d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$$

gilt!

Gib zwei Zahlenbeispiele an! In welchem Fall gilt Gleichheit?

4. (6 Punkte)

Ermittle alle dreistelligen natürlichen Zahlen  $n$  mit der Eigenschaft, dass das Produkt aus den einzelnen Ziffern von  $n$  gleich dem Fünffachen der Quersumme von  $n$  ist.