

MSG-Zirkel 9c

Hausaufgaben zum 7.3.07, schriftlich

1. (4 Punkte)

Beweise: Für positive natürliche Zahlen n und m gilt:

$$\frac{m}{n} - \frac{m}{n+m} = \frac{m}{n} \cdot \frac{m}{n+m}.$$

2. (6 Punkte)

In einem Wanderweg sollen 15 Wege mit je zwei farbigen Strichen gekennzeichnet werden. Wieviel Farben benötigt man, wenn

a) Die Reihenfolge der Striche beachtet wird und beide Striche auch in gleicher Farbe sein dürfen?

b) Weder die Reihenfolge eine Rolle spielen soll noch zwei gleichfarbige Striche zugelassen sind?

c) Die Reihenfolge keine Rolle spielen soll, aber beide Striche die selbe Farbe haben dürfen?

3. (10 Punkte)

Berechne die folgenden Summen für $n = 1, 2, 3, 4$ und zeige mittels vollständiger Induktion:

a)
$$\sum_{k=0}^n 2^k = 2^{n+1} - 1$$

b)
$$\sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2$$