



Übungsblatt 3

Vorlesung Analysis 1 (Lehramtsstudiengänge)

Wintersemester 2014/15
Abgabe am 10.11.2014

Aufgabe 7 (vollständige Induktion)

- a) Bestimmen Sie die Menge aller natürlichen Zahlen n , für die die Ungleichung

$$2^n \geq 2n + 1$$

gilt. Beweisen Sie Ihr Resultat.

- b) Beweisen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen n die Zahl

$$d_n := 6^n - 5n + 4$$

durch 5 teilbar ist.

- c) Beweisen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen $n \geq 2$ die folgende Ungleichung gilt:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} > \sqrt{n}.$$

- d) Es seien x_1, x_2, x_3, \dots positive reelle Zahlen. Beweisen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen n die folgende Ungleichung gilt:

$$\left(\sum_{k=1}^n x_k \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k} \right) \geq n^2.$$

12 P

Aufgabe 8

Es seien $x \in \mathbb{R}$, $\nu, \ell, k \in \mathbb{N}_0$ und $\ell \leq k$. Beweisen Sie die folgenden Formeln für die Binomialkoeffizienten $\binom{x}{\nu}$:

- a) $\binom{-x}{\nu} = (-1)^\nu \binom{x+\nu-1}{\nu}.$
b) $\binom{x+1}{\nu+1} = \binom{x}{\nu} \cdot \frac{x+1}{\nu+1}.$
c) $\binom{x}{\nu+1} = \binom{x}{\nu} \cdot \frac{x-\nu}{\nu+1}.$
d) $\binom{x}{k} \cdot \binom{k}{\ell} = \binom{x}{\ell} \cdot \binom{x-\ell}{k-\ell}.$

8 P

— bitte wenden —

Aufgabe 9

Beweisen Sie: Es gibt genau $\binom{n-k+1}{k}$ verschiedene Möglichkeiten, k Zahlen aus der Menge $\{1, 2, \dots, n\}$ so auszuwählen, dass darunter keine zwei benachbarten sind. **4 P**

Aufgabe (ohne Abgabe)

Lernen Sie das griechische Alphabet, bzw. rufen Sie sich dieses wieder in Erinnerung!

Buchstabe	Name	Buchstabe	Name
α A	Alpha	ν N	Ny
β B	Beta	ξ Ξ	Xi
γ Γ	Gamma	\omicron O	Omikron
δ Δ	Delta	π Π	Pi
ε E	Epsilon	ρ P	Rho
ζ Z	Zeta	σ Σ	Sigma
η E	Eta	τ T	Tau
ϑ Θ	Theta	υ Υ	Ypsilon
ι I	Iota	φ Φ	Phi
κ K	Kappa	χ X	Chi
λ Λ	Lambda	ψ Ψ	Psi
μ M	My	ω Ω	Omega

Kennen Sie die folgenden Mathematiker:

$\Theta\alpha\lambda\tilde{\eta}\varsigma$, $\Pi\upsilon\theta\alpha\gamma\acute{o}\rho\alpha\varsigma$, $\Pi\lambda\acute{\alpha}\tau\omega\nu$, $\text{\AA}\rho\iota\sigma\tau\omicron\tau\acute{\epsilon}\lambda\eta\varsigma$, $\text{E}\acute{\upsilon}\kappa\lambda\epsilon\acute{\iota}\delta\eta\varsigma$, $\text{\AA}\rho\chi\iota\mu\acute{\eta}\delta\eta\varsigma$, $\Delta\acute{\iota}\omicron\varphi\alpha\upsilon\tau\omicron\varsigma$?

Hinweis: Am Wortende wird der Buchstabe σ durch den Buchstaben ς ersetzt.

Insgesamt: **24 P**