



# Übungsblatt 4

## Vorlesung Analysis 1 (Lehramtsstudiengänge)

Wintersemester 2014/15  
Abgabe am 17.11.2014

---

### Aufgabe 10

Zeigen Sie:

- a)  $|x + y| + |x - y| \geq |x| + |y|$  für alle  $x, y \in \mathbb{R}$ .
- b)  $\frac{|x+y|}{1+|x+y|} \leq \frac{|x|}{1+|x|} + \frac{|y|}{1+|y|}$  für alle  $x, y \in \mathbb{R}$ .
- c) Für welche reellen Zahlen  $x \neq 2$  gilt  $\frac{1}{|x-2|} > \frac{1}{1+|x-1|}$ ?  
(Beweisen Sie Ihre Aussage).

9 P

### Aufgabe 11

Untersuchen Sie, ob die folgenden Mengen  $M_1, M_2, M_3 \subset \mathbb{R}$  nach oben bzw. nach unten beschränkt sind und bestimmen Sie ggf. das Supremum bzw. das Infimum. Sind dies Maxima bzw. Minima der jeweiligen Menge?

- a)  $M_1 := \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x + 2 > 5, x < 0\}$ .
- b)  $M_2 := \{\frac{t}{t+1} \mid t \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}\}$ .
- c)  $M_3 := \{x \in \mathbb{R} \mid \exists n \in \mathbb{N} \text{ mit } nx = n^2 + 1\}$ .

9 P

### Aufgabe 12

Es bezeichnen  $A, B \subset \mathbb{R}$  nichtleere beschränkte Mengen reeller Zahlen. Zeigen Sie:

- a)  $A \cup B$  ist beschränkt und es gilt

$$\begin{aligned}\sup(A \cup B) &= \max\{\sup A, \sup B\}, \\ \inf(A \cup B) &= \min\{\inf A, \inf B\}.\end{aligned}$$

- b) Sei  $A \cap B \neq \emptyset$ . Die Menge  $A \cap B$  ist beschränkt und es gilt

$$\begin{aligned}\sup(A \cap B) &\leq \min\{\sup A, \sup B\}, \\ \max\{\inf A, \inf B\} &\leq \inf(A \cap B).\end{aligned}$$

Kann hierbei Gleichheit auftreten? (Begründen Sie Ihre Antwort).

6 P

Insgesamt: 24 P