Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 8

Vorlesung Analysis 1 (Lehramtsstudiengänge)

Wintersemester 2014/15

Abgabe am 15.12.2014

Aufgabe 22

Es sei (x_n) eine konvergente Folge positiver reeller Zahlen mit dem Grenzwert $x := \lim_{n\to\infty} x_n \neq 0$ und $q \in \mathbb{Q}$. Zeigen Sie, dass dann auch die Folge der Potenzen (x_n^q) konvergiert und dass für den Grenzwert gilt:

$$\lim_{n\to\infty} x_n^q = x^q.$$

4 P

Aufgabe 23

Untersuchen Sie, ob folgende Reihen konvergent, absolut konvergent oder divergent sind:

a) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}$

b) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k\sqrt{k}}$

c) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} (-1)^k(\sqrt{k+1} - \sqrt{k})$

d) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{\left(3+\frac{1}{k}\right)^k}$

e) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{2^k k!}{k^k}$

f) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \binom{2+k}{k}^{-\frac{1}{k}}$

12 P

Aufgabe 24

a) Sei (z_k) eine Folge reeller oder komplexer Zahlen. Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum\limits_{k=1}^{\infty} (z_k - z_{k+1})$ genau dann konvergent ist, wenn die Folge (z_k) konvergiert.

b) Sei (x_k) eine monoton fallende Folge positiver reeller Zahlen und die Reihe $\sum\limits_{k=1}^{\infty} x_k$ konvergent. Zeigen Sie, dass die Folge $(k \cdot x_k)$ eine Nullfolge ist.

3+3 P

Insgesamt: **22 P**