



Übungsblatt 15

Vorlesung Analysis 1 (Lehramtsstudiengänge)

Wintersemester 2014/15
ohne Abgabe (Woche vom 9.2.-13.2.2015)

Aufgabe 44

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen $f : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ alle lokalen Extrema auf I und entscheiden Sie, ob es sich jeweils um globale Extrema handelt oder nicht.

(*Tip*p: Untersuchen Sie dazu auch das Monotonieverhalten von f).

- a) $f(x) := x^2 e^{-x}$ auf $I = \mathbb{R}$.
- b) $f(x) := (x-1)^5 + 2(x-1)^4$ auf dem Intervall $I = (0, 4)$.
- c) $f(x) := x^x$ auf dem Intervall $I = (0, +\infty)$.
- d) $f(x) := \arctan\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x\right)$ auf dem Intervall $I = (-1, +\infty)$.

6 P

Aufgabe 45

Zeigen Sie, dass für $|x| < \frac{1}{2}$ die Näherungsformel

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2$$

mit einem Fehler gilt, der nicht größer als $\frac{1}{2}|x|^3$ ist.

4 P

Aufgabe 46

- a) Bestimmen Sie die Taylorreihe $T(f, 0)(x)$ für die Funktion $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := \frac{x}{x+1}$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

- b) Geben Sie den Konvergenzradius für $T(f, 0)(x)$ an.
- c) Für welche $x \in (-1, +\infty)$ gilt $f(x) = T(f, 0)(x)$?

6 P

Insgesamt: 16 P