Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 3

Vorlesung Analysis 2 (Lehramtsstudiengänge)

Sommersemester 2015

Abgabe am 04.05.2015

Achtung: Bei der Berechnung der Integrale aller Aufgaben dieses Übungsblattes muß der Lösungsweg klar erkennbar sein. (Ohne Lösungsweg gibt es keine Punkte !).

Aufgabe 7
Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale (durch partielle Integration und/oder Substitution):

a) $\int \arctan(x)\, dx$ auf $\mathbb{R}$.

b) $\int x^2 e^x\, dx$ auf $\mathbb{R}$.

c) $\int x \cdot \sqrt{1+x^2}\, dx$ auf $\mathbb{R}$.

d) $\int \frac{\ln x}{x^2}\, dx$ auf $(0, \infty)$.

e) $\int \sqrt{r^2 - x^2}\, dx$ auf $(-r, r)$.

f) $\int \frac{1}{(\sqrt{1+x^2})^3}\, dx$ auf $\mathbb{R}$.

12 P

Aufgabe 8
Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale auf Intervallen $I \subset \mathbb{R}$, auf denen der Integrand jeweils definiert ist:

a) $\int \frac{x+2}{x^3 - 2x^2 + x}\, dx.$

b) $\int \frac{2x^3 + 2x^2 + 2x - 2}{(x^2+1)^2}\, dx.$

c) $\int \frac{x^7}{x^4 + 2}\, dx.$

d) $\int \frac{e^x - 1}{e^x + 1}\, dx.$

e) $\int \frac{x - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}\, dx.$

f) $\int \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^4 x}\, dx$ *Tipp:* Substitution $y = \tan(x)$.

Tipp: Führen Sie die Integrale d) - f) durch geeignete Substitution auf Integrale rationaler Funktionen zurück.

12 P

— bitte wenden —

Aufgabe 9

Beweisen Sie, dass für alle $n, m \in \mathbb{N}_0$ die folgenden Formeln für die bestimmten Integrale gelten:

a) $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(x)\, dx = \begin{cases} \frac{1\cdot 3\cdot\ldots\cdot(2k-1)}{2\cdot 4\cdot\ldots\cdot(2k)}\,\frac{\pi}{2} & n = 2k \geq 2 \\ \\ \frac{2\cdot 4\cdot\ldots\cdot(2k)}{3\cdot 5\cdot\ldots\cdot(2k+1)} & n = 2k+1 \geq 3 \end{cases}$$

b) $$\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \cos(mx)\cdot\cos(nx)\, dx = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ 1 & n = m \neq 0 \\ 2 & n = m = 0 \end{cases}$$

6 P

Insgesamt: **30 P**