Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 9

Vorlesung Analysis 2 (Lehramtsstudiengänge)

Sommersemester 2015
Abgabe am 15.06.2015

Aufgabe 25

a) Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen und das Differential der Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$,

$$f(x, y) := (e^{2x^2y}, \ln(\cosh(xy))) \qquad \forall\, (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

im Punkt $p = (1, 2) \in \mathbb{R}^2$.

b) Bestimmen Sie die Richtungsableitung der Abbildung $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$,

$$g(x, y) := (\sin(x), \cos(x(y^2 + 1))) \qquad \forall\, (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

in Richtung $\mathbf{a} = (1, 1) \in \mathbb{R}^2$ im Punkt $p = (\pi, 0) \in \mathbb{R}^2$.

6 P

Aufgabe 26

Es seien $f : U \subset \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^m$ und $\varphi : U \subset \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$ Abbildungen, die im Punkt $p \in U$ differenzierbar sind.
Zeigen Sie, dass die Produktabbildung $\varphi \cdot f : U \subset \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^m$ ebenfalls in $p \in U$ differenzierbar ist und dass für die Differentiale die folgende Produktregel gilt:

$$d(\varphi \cdot f)_p = \varphi(p) \cdot df_p + d\varphi_p \cdot f(p).$$

4 P

Aufgabe 27

Sei $f : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^m$ eine Abbildung und α eine reelle Zahl mit $\alpha > 1$. Es gelte

$$\|f(x)\| \leq \|x\|^\alpha \qquad \forall\, x \in \mathbb{R}^k.$$

Zeigen Sie, dass f in $p = 0$ differenzierbar ist und dass für das Differential von f in $p = 0$ gilt

$$df_0 = 0.$$

4 P

Insgesamt: **14 P**