Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 14

Vorlesung Analysis 2 (Lehramtsstudiengänge)

Sommersemester 2015

Keine Abgabe (Besprechung in den Übungen)

Aufgabe 40
Begründen Sie, dass die folgenden Teilmengen $A \subset \mathbb{R}^2$ Jordan-meßbar sind und berechnen Sie die Riemann-Integrale $\int\limits_A f(x,y)\,d(x,y)$ für:

a) $A = [0,2] \times [1,2]$ und $f(x,y) := y \cdot \sin(\pi x y)$.

b) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2\,,\ 0 \leq y \leq x^2\}$ und $f(x,y) = x^2 + y^2$.

c) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq y \leq 1\}$ und $f(x,y) = \frac{\sin(y)}{y}$.

Tipp: Satz von Fubini

Aufgabe 41
Begründen Sie, dass die folgenden Teilmengen A_1 und A_2 des $\mathbb{R}^3$ Jordan-meßbar sind, skizzieren Sie diese Mengen und berechnen Sie ihr Volumen.

a) $A_1 := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid -2 \leq x \leq 2\,,\ 0 \leq y \leq 5\,,\ 0 \leq z \leq 4 - x\}$.

b) $A_2 := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 8\,,\ x^2 + y^2 \leq z^2\}$.

Aufgabe 42
Berechnen Sie das Volumen der folgenden Körper K_1 und K_2 durch geeignete Koordiantenwahl mit Hilfe der Transformationsformel:

a) K_1 sei der Teil der Kugel $(x-a)^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$, der durch die Zylinderfläche $(x-a)^2 + y^2 = b^2$ $(a^2 > b^2)$ herausgeschnitten wird.

b) K_2 ist der Körper, der von der Ebene $z = 0$ und den Flächen $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ und $(x - \frac{1}{2})^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ begrenzt wird.

Tipp: Zylinderkoordinaten.