

Algebra I 2009, Blatt 1

Prof. Dr. Gavril Farkas, HU Berlin

1. Die folgenden vier Gruppen haben alle 12 Elementen:

- $G_1 := \mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$.
- $G_2 := \mathbb{Z}/6\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.
- $G_3 := D_{12}$ (Dihedrale Gruppe)
- $G_4 := A_4 := \{\sigma \in S_4 : \text{sgn}(\sigma) = +1\}$.

Zeigen Sie, dass alle diese Gruppen paarweise nicht isomorph sind.

2. Finden Sie einen Normalteiler N von S_4 der mit der Kleinviergruppe isomorph ist, und mit der weiteren Eigenschaft, dass S_4/N isomorph zu S_3 ist.

3. Zeigen Sie, dass $\text{Hom}(\mathbb{Q}, \mathbb{Z})$ isomorph zu der Nullgruppe ist. Zeigen Sie, dass $\text{Hom}(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, \mathbb{Z})$ auch die Nullgruppe ist. Beschreiben Sie die Gruppe $\text{Hom}(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, \mathbb{C}^*)$.

4.

1. Beschreiben Sie alle Untergruppen von $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.

2. Sei $U := \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$. Finden Sie einen Isomorphismus zwischen \mathbb{C}^*/U und die Gruppe (\mathbb{R}_+^*, \cdot) .