Algebra I 2009, Blatt 7

Prof. Dr. Gavril Farkas, HU Berlin

1. Zeige, dass A_n für $n \geq 3$ durch all 3-Zykeln erzeugt wird. Zeige, dass A_n die einzige Untergruppe vom Index 2 in S_n ist.

2. Beweise, dass für $n \geq 5$ jede zwei 3-Zykeln in A_n konjugiert sind. Zeige, dass A_4 einen Normalteiler der Ordnung 4 besitzt. Beweisen Sie, dass A_4 keine Untergruppen der Ordnung 6 besitzt.

3.

1. Sei $n \in \mathbb{Z}$, $n > 1$ und G eine Untergruppe von S_n die einfach ist. Beweisen Sie, dass entweder $|G| = 2$ oder $G \leq A_n$.
2. Finden Sie einen injektiven Homomorphismus von S_n nach A_{2n}.

4.

1. Es sei Γ die von den Elementen $\omega = (123)(456)(789)$ und $\pi = (147)(258)(369)$ in S_9 erzeugte Untergruppe. Zeigen Sie, dass $\Gamma \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$.
2. Zeigen Sie, dass die von den Permutation $\sigma = (2437)(5698)$ und $\tau = (2539)(4876)$ erzeugte Untergruppe Δ von S_9 eine Gruppe von Ordnung 8 ist.
3. Es sei $M_9 := \Gamma\Delta$. Zeigen Sie, dass M_9 eine Gruppe ist.