HU Berlin Sommersemester 2012

Übungsaufgabe zur Vorlesung
Algebra / Zahlentheorie

Prof. Dr. Gavril Farkas

Abgabetermin: 23.04.2012 vor der Vorlesung

Bitte beachten: Jede Aufgabe auf einem neuen Blatt abgeben.
Jedes Blatt mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe versehen.

Serie 1 (40 Punkte)

Aufgabe 1 (15 Punkte)

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion die folgende Gleichungen:

(a) $\sum_{k=0}^{n} n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

(b) $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \cdots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Beweisen Sie die folgende Grundtatsachen zur Teilbarkeitsbeziehung der natürlichen Zahlen:

(1) $b \cdot c | a \cdot c \quad \Rightarrow \quad b|a, \quad \text{mit} \;\; a, b, c \in \mathbb{N},\; b, c \neq 0.$

(2) $b_1|a_1$ und $b_2|a_2 \quad \Rightarrow \quad b_1 \cdot b_2 | a_1 \cdot a_2, \quad \text{mit} \;\; a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{N},\; b_1, b_2 \neq 0.$

(3) $b|a_1$ und $b|a_2 \quad \Rightarrow \quad b|(c_1 \cdot a_1 + c_2 \cdot a_2), \quad \text{mit} \;\; a_1, a_2, c_1, c_2, b \in \mathbb{N},\; b \neq 0.$

Aufgabe 3 (15 Punkte)

(1) Beweisen Sie, dass die Summe aufeinander folgender n ungerade natürlichen Zahlen keine Primzahl ist.

(2) Beweisen Sie, dass 100 teilt $11^{10} - 1$.