

Übungsaufgabe zur Vorlesung
Algebra / Zahlentheorie

Prof. Dr. Gavril Farkas

Abgabetermin: 07.05.2012 vor der Vorlesung

Bitte beachten: Jede Aufgabe auf einem neuen Blatt abgeben.
Jedes Blatt mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe versehen.

Serie 3 (40 Punkte)

Aufgabe 1 (15 Punkte)

1. Finden Sie alle Lösungen $x, y, z \in \mathbb{Z}$ der Gleichung

$$x^6 + y^6 - z^6 = 1972.$$

2. Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$x^3 = 2 + 3y^2$$

keine Lösung $x, y \in \mathbb{Z}$ besitzt.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Besitzt die Gleichung $7(x^2 + y^2) = z^2 + t^2$ nicht triviale ganzzahlige Lösungen?
(*Hinweis:* Betrachten Sie die Restklassen mod 7).

Aufgabe 3 (15 Punkte)

1. Bestimmen Sie *alle* ganzen Zahlen $x \in \mathbb{Z}$, die die Kongruenzen

$$x \equiv 1 \pmod{5}$$

$$x \equiv 2 \pmod{7}$$

$$x \equiv 3 \pmod{11}$$

$$x \equiv 4 \pmod{12}$$

erfüllen.

2. Ein Bauer möchte alle seine Kühe stolz auf dem Volksfestauszug präsentieren. Wenn er sie aber in 3er-Reihen aufstellt, bleiben 2 Kühe übrig. Stellt er sie in 4er-Reihen auf, bleibt 1 Kuh übrig. Erst mit 7er-Reihen bleibt keine Kuh mehr übrig. Wie viele Kühe hat der Bauer mindestens?