HU Berlin Sommersemester 2012

Übungsaufgabe zur Vorlesung
Algebra / Zahlentheorie

Prof. Dr. Gavril Farkas

Abgabetermin: 30.05.2012 vor der Vorlesung

Bitte beachten: Jede Aufgabe auf einem neuen Blatt abgeben.
Jedes Blatt mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe versehen.

Serie 6 (40 Punkte)

Aufgabe 1 (15 Punkte)

1. Zeigen Sie, dass jedes Homomorphismus

$$\varphi : (\mathbb{Q}, +) \to (\mathbb{Z}, +)$$

   null sein muss. Ähnlicherweise, zeigen Sie, dass es keine nicht triviale Homomorphismus $\varphi : (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +) \to (\mathbb{Z}, +)$ gibt.

2. Es sei G eine Gruppe. Zeigen Sie: Ist $a \mapsto a^2$ ein Homomorphismus, so ist G abelsch (kommutativ).

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Beweisen Sie, dass die zyklische Gruppe $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ und die Diedergruppe D_6 nicht isomorph sind.

Aufgabe 3 (15 Punkte)

1. Sei G eine Gruppe mit der Eigenschaft $a^2 = b^2 = (ab)^2$ für alle $a, b \in G$. Zeigen Sie, dass $a^4 = b^4 = (ab)^2$ für alle $a, b \in G$.

2. Sei G eine Gruppe, seien $x, y \in G$ und sei $e \in G$ das neutrale Element. Falls $x^2 = e$ und $xyx = y^3$, zeigen Sie, dass $y^8 = e$.