HU Berlin Sommersemester 2012

Übungsaufgabe zur Vorlesung
Algebra / Zahlentheorie

Prof. Dr. Gavril Farkas

Abgabetermin: 04.06.2012 vor der Vorlesung

Bitte beachten: Jede Aufgabe auf einem neuen Blatt abgeben.
Jedes Blatt mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe versehen.

Serie 7 (40 Punkte)

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass es keinen nicht konstante Gruppenhomnomorphismus

$$\varphi : (\mathbb{Q}, +) \to (S_n, \circ)$$

gibt (*Hinweis:* Betrachten Sie die Ordungen verschidenen Elementen).

Aufgabe 2 (15 Punkte)

1. Sei G eine Gruppe mit $|G| \geq 2$. Beweisen Sie, dass G als Vereinigung zwei echten Untergruppen $H_1, H_2 \leq G$, $H_1 \neq G$, $H_2 \neq G$, nicht darstellen lässt.
2. Sei G eine Gruppe mit der Eigenschaft, dass es ein Element $a \in G$ gibt, so dass $G - \{a\}$ eine Untergruppe ist. Beweisen Sie, dass $(G, \cdot) \simeq (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}, +)$.

Aufgabe 3 (15 Punkte)

Sei G eine endliche Gruppe der ungeraden Ordung und $H \leq G$ eine echte Untergruppe.

1. Zeigen Sie, dass $a \in H$ genau wenn $a^2 \in H$ (Hinweis: Vergleichen Sie die Untergruppen $\langle a \rangle$ und $\langle a^2 \rangle$ und deren Ordnungen).
2. Gibt es einen Gruppenisomorphismus zwischen die Diedergruppe D_{12} und S_4?.