

Übungsaufgabe zur Vorlesung
Algebra / Zahlentheorie

Prof. Dr. Gavril Farkas

Abgabetermin: 11.06.2012 vor der Vorlesung

Bitte beachten: Jede Aufgabe auf einem neuen Blatt abgeben.
Jedes Blatt mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe versehen.

Serie 8 (40 Punkte)

Aufgabe 1 (15 Punkte)

Man definiert das *Zentrum* einer Gruppe G als die Menge

$$Z(G) = \{g \in G \mid g \cdot x = x \cdot g, \forall x \in G\}$$

1. Zeigen Sie, dass $Z(G)$ ein Normalteiler von G ist.
2. Bestimmen Sie $Z(G)$, im Fall der Diedergruppen

$$G = D_n = \{1, T, \dots, T^{n-1}, \sigma, T\sigma, \dots, T^{n-1}\sigma \mid T^n = \sigma^2 = 1, T^{n-1}\sigma = \sigma T\}$$

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Finden Sie einen Normalteiler N der symmetrischen Gruppen S_4 , so dass die Faktorgruppe S_4/N isomorph zu S_3 ist.

Aufgabe 3 (15 Punkte)

Sei G eine Gruppe, N ein zyklischer Normalteiler von G und $H \leq N$. Zeigen sie, dass H ein Normalteiler von G ist.