

Übungsaufgabe zur Vorlesung  
**Algebra / Zahlentheorie**

Prof. Dr. Gavril Farkas

Abgabetermin: 11.06.2012 vor der Vorlesung

**Bitte beachten:** Jede Aufgabe auf einem neuen Blatt abgeben.  
Jedes Blatt mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe versehen.

**Serie 8 (40 Punkte)**

**Aufgabe 1 (15 Punkte)**

Man definiert das *Zentrum* einer Gruppe  $G$  als die Menge

$$Z(G) = \{g \in G \mid g \cdot x = x \cdot g, \forall x \in G\}$$

1. Zeigen Sie, dass  $Z(G)$  ein Normalteiler von  $G$  ist.
2. Bestimmen Sie  $Z(G)$ , im Fall der Diedergruppen

$$G = D_n = \{1, T, \dots, T^{n-1}, \sigma, T\sigma, \dots, T^{n-1}\sigma \mid T^n = \sigma^2 = 1, T^{n-1}\sigma = \sigma T\}$$

**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

Finden Sie einen Normalteiler  $N$  der symmetrischen Gruppen  $S_4$ , so dass die Faktorgruppe  $S_4/N$  isomorph zu  $S_3$  ist.

**Aufgabe 3 (15 Punkte)**

Sei  $G$  eine Gruppe,  $N$  ein zylkischer Normalteiler von  $G$  und  $H \leq N$ . Zeigen sie, dass  $H$  ein Normalteiler von  $G$  ist.