

# Lineare Algebra und analytische Geometrie, Blatt 7

1. Sind die folgende Vektoren linear unabhängig?

- $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$  im  $\mathbb{Q}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}$ .
- $(1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9)$  im  $\mathbb{R}^3$ .
- $\left(\frac{1}{n+x}\right)_{n \in \mathbb{N}}$  in  $\text{Abb}(\mathbb{R}_+^*, \mathbb{R})$

2. Für welche  $t \in \mathbb{R}$  sind die folgenden Vektoren aus  $\mathbb{R}^3$  linear abhängig?

$$(1, 3, 4), (3, t, 11), (-1, -4, 0).$$

3.

- Kann eine abzählbar unendliche Menge  $M$  eine  $\mathbb{R}$ -Vektorraumstruktur besitzen?
- Sei  $K = \mathbb{Z}_p$ . Wie viele Elemente hat der Vektorraum  $K^n$ ?
- Sei  $K = \mathbb{Z}_2$ . Man finde alle Basen von  $K^2$ .

4. Sei  $V$  der Vektorraum der Funktionen auf dem Intervall  $[0, 1]$ . Man beweise, dass die Funktionen  $x^3, \sin(x)$  und  $\cos(x)$  linear unabhängig sind.

**Bemerkungen.** Die Aufgaben sind maximal in Dreiergruppen abzugeben. Die Abgabe erfolgt Aufgabenweise, d.h. jede Aufgabe soll getrennt aufgeschrieben werden. Vergessen Sie bitte nicht Ihre Namen lesbar auf jedes Blatt zu schreiben!