HU Berlin Sommersemester 2015

Übungsblatt 10
Lineare Algebra und Analytische Geometrie II

Prof. Dr. Gavril Farkas

Abgabetermin: 6.07.2015 vor der Vorlesung

Bitte beachten: Jede Aufgabe auf einem neuen Blatt abgeben.
Jedes Blatt mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe versehen.

Aufgabe I (20 Punkte)
Auf $\mathbb{R}^3$ betrachte man die quadratische Form

$$q(x,y,z) := 2x^2 - 2y^2 + z^2 + 8xy - 2xz.$$

(1) Man diagonalisiere q.

(2) Man zeige, dass die Einschränkung $q_{|V_1}$, wobei $V_1 := \{x - 2y = 0\}$ positiv definit ist, d.h. $q(v) > 0$, für alle $v = (x,y,z) \in V_1 - \{0\}$.

Man zeige, dass die Einschrängung $q_{|V_2}$, wobei $V_2 := \{x+y = 0, x-z = 0\}$ negativ definit ist, d.h. $q(v) < 0$, für alle Vektoren $v = (x,y,z) \in V_2 - \{0\}$.

(3) Man zeige, dass $\mathbb{R}^3 = V_1 \oplus V_2$.

Aufgabe II (20 Punkte)
Auf $\mathbb{R}^4$ definiert man die quadratische Form $q : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$

$$q(x_1,x_2,x_3,x_4) := 5x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - x_4^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 4x_1x_4 + 4x_2x_3 - 2x_2x_4 + 2x_3x_4.$$

(1) Man bestimme die zu q geordnete symmetrische Bilinearform $\phi : \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$.

(2) Man bestimme den Rang von q.

(3) Man bestiime die kanonische Darstellung von q, den Index von q, sowie eine Basis von $\mathbb{R}^4$ in der die kanonische Darstellung von q realisiert wird.