Übungsblatt 5
Lineare Algebra und Analytische Geometrie II

Prof. Dr. Gavril Farkas

Abgabetermin: 25.05.2015 vor der Vorlesung

Bitte beachten: Jede Aufgabe auf einem neuen Blatt abgeben.
Jedes Blatt mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe versehen.

Aufgabe 1

(a) (15 Punkte) Bestimmen Sie die Partition p und die invertierbare Matrix S, für die gilt $S^{-1}AS = N(p)$, wobei A die folgende nilpotente Matrix ist

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -3 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

(b) (5 Punkte) Finden Sie eine 4×4 invertierbare, nicht diagonale Matrix S, sowie eine 4×4 nilpotente Matrix A, für die gilt

$$S^{-1}AS = N((2,1,1)).$$

Aufgabe 2

(a) (10 Punkte) Finden Sie das Minimalpolynom der folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 & -2 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(b) (10 Punkte) Seien V ein Vektorraum und $f : V \to V$ eine lineare Abbildung mit $f \circ f = f$. Zeigen Sie, dass es einen Untervektorraum $U \subset V$ gibt, mit $f(u) = u$ für alle $u \in U$, und $f(v) = 0$ für alle v im Quotientenraum V/U.