

Lineare Algebra und Analytische Geometrie WS 2016-17, Blatt 9, Prof. Dr. Gavril Farkas

1. (14 Punkte) (a) Beweisen sie, dass die Menge aller Abbildungen

$$V := \{f \in \text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) : f(-x) = f(x), \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\}$$

ein Untervektorraum von $\text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ bildet.

(b) Ist die Menge aller bijektiven (bzw. injektiven, surjektiven) Abbildungen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ein Untervektorraum von $\text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$?

2. (12 Punkte) (a) Kann eine abzählbare unendliche Menge M eine \mathbb{R} -Vektorraumstruktur besitzen?

(b) Sei $K = \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$. Wie viele Elemente enthält der Vektorraum K^n ?

(c) Sei $K = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$. Man finde alle Basen von K^2 .

3. (14 Punkte) (a) Sei V der Vektorraum der reellen Funktionen auf dem Intervall $[0, 1]$. Man beweise dass die Funktionen x^3 , $\sin(x)$ und $\cos(x)$ linear unabhängig sind.

(b) Ist das System bestehend aus der Funktionen

$$f_1(x) = 1 + \cos(2x), \quad f_2(x) = 1 - \cos(2x), \quad f_3(x) = -\sin^2(3x), \quad f_4(x) = \cos^2(3x),$$

linear unabhängig in V ?

Bemerkungen. Die Aufgaben sind maximal in Dreiergruppen abzugeben. Die Abgabe erfolgt Aufgabenweise, d.h. jede Aufgabe soll getrennt aufgeschrieben werden. Vergessen Sie bitte nicht Ihre Namen lesbar auf jedes Blatt zu schreiben!