# Übungsblatt 10
# Lineare Algebra und Analytische Geometrie II*

Prof. Dr. Gavril Farkas

Abgabetermin: 27.06.2017 vor der Vorlesung

**Bitte beachten:** Jede Aufgabe auf einem neuen Blatt abgeben.
Jedes Blatt mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe versehen.

**Aufgabe I** (20 Punkte)

1. Man zeige dass die lineare Abbildung $\phi_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $\phi_A(x) = Ax$, wobei

$$A = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2 & -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 1+\sqrt{2} & -1+\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & -1+\sqrt{2} & 1+\sqrt{2} \end{pmatrix} \in M(3,3;\mathbb{R}), \tag{1}$$

eine Drehung im euklidischen Vektorraum $\mathbb{R}^3$ beschreibt, und bestimme die Drehachse sowie den Drehwinkel.

2.

2. Die linearen Abbildungen $\phi, \xi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ seien durch

$$\psi(e_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 + e_2),\ \phi(e_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1 - e_2),\ \phi(e_3) = e_3,$$

und

$$\xi(e_1) = e_1,\ \xi(e_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_2 + e_3),\ \xi(e_3) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_2 - e_3)$$

gegeben. Man zeige, dass $\tau = \xi \circ \phi$ eine Drehung ist, und bestimme die Drehachse sowie den Drehwinkel.

**Aufgabe II** (20 Punkte)
Auf $\mathbb{R}^3$ betrachte man die quadratische Form

$$q(x,y,z) := 2x^2 - 2y^2 + z^2 + 8xy - 2xz.$$

(1) Man diagonalisiere $q$.
(2) Man zeige, dass die Einschränkung $q_{|V_1}$, wobei $V_1 := \{x - 2y = 0\}$ positiv definit ist. Man zeige, dass die Einschrängung $q_{|V_2}$, wobei $V_2 := \{x + y = 0, x - z = 0\}$ negativ definit ist.
(3) Man zeige, dass $\mathbb{R}^3 = V_1 \oplus V_2$.