Übungsblatt 7
Lineare Algebra und Analytische Geometrie II*

Prof. Dr. Gavril Farkas

Abgabetermin: 6.06.2017 vor der Vorlesung

Bitte beachten: Jede Aufgabe auf einem neuen Blatt abgeben.
Jedes Blatt mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe versehen.

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Bestimmen Sie die Jordan Normalform der folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 5 \\ -4 & 0 & -3 \\ -6 & -4 & -2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 (15 Punkte) (a) Sei $A \in M(n, n : K)$ eine Matrix. Zeigen Sie, dass A und die transponierte Matrix ${}^tA$ zueinander ähnlich sind.

(b) Sei V ein endlich dimensionaler K-Vektorraum und $f \in \mathrm{End}_K(V)$. Zu zeigen: ist $U \leq V$ ein Unterraum, so ist das Minimalpolynom $m_{f_{|U}} \in K[t]$ ein Teiler des Minimalpolynoms m_f von f.

(c) Sei $V := \{f \in K[X] : \deg(f) \leq 3\}$ und $T : V \to V$ die lineare Abbildung gegeben durch

$$T(f) := xf^{''}(x).$$

Bestimmen Sie die Jordan Normalform von T.

Aufgabe 3 (15 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass es keine Matrix $A \in M(3, 3 : \mathbb{Q})$ gibt mit $A^8 = I_3$, aber mit $A^4 \neq I_3$.

(b) Sei $K = \mathbb{F}_p$. Bestimmen Sie die Jordan Normalform der Matrix $A \in M(n, n, K)$, deren Einträge alle gleich 1 ist.